

# LA RECHERCHE

Dossier:  
La fin des  
centrales nucléaires

M1108-187 - 27 F

mensuel n° 187 avril 1987 - 27 francs

**Les lasers ultra-rapides • Le maïs • L'héminégligence  
Le cas Pasteur • L'expérimentation par ordinateur**



RCCBHV (187) 425-560 (1987) ISSN 0029-5671

BELGIQUE: 197FB CANADA: 4.50\$ ESPAGNE: 600 PTAS SUISSE: 9,50FS MAROC: 23.20DH TUNISIE: 1.700MIL SÉNÉGAL: 1500CFA.



# L'expérimentation numérique par ordinateur

par Jean-François Colonna et Marie Farge

**Observer la formation d'une galaxie ou les interactions moléculaires, prévoir les changements climatiques ou tester les performances d'un avion ou d'une voiture avant de les construire... Ces « expériences » et bien d'autres sont aujourd'hui possibles grâce à l'ordinateur. En effet, au moyen de méthodes purement numériques, le chercheur peut étudier des phénomènes physiques ou purement abstraits, puis transcrire ces résultats sous forme d'images. L'expérimentation numérique — l'association d'une résolution numérique et d'une visualisation — apporte ainsi une aide précieuse au raisonnement et à la formulation de nouvelles théories. Née en 1945 avec les premiers ordinateurs, elle prend aujourd'hui son essor grâce aux super-calculateurs et aux terminaux graphiques de plus en plus élaborés.**

**N**os sens nous permettent de déceler des régularités dans le monde qui nous entoure. L'un des objectifs de la science est de repérer celles-ci par l'observation, de les relier entre elles afin de savoir les reproduire par l'expérimentation et enfin de tenter de les expliquer par la modélisation, et ce afin de faire des prévisions. Aussi bien dans les domaines scientifiques qu'industriels, la modélisation fait appel à la concision et à la précision du langage mathématique : chaque système étudié est décrit par des grandeurs caractéristiques (coordonnées spatio-temporelles, vitesse, courbure, énergie, température, pression...) reliées entre elles par des équations : c'est ce que l'on appelle un modèle mathématique.

Mais un modèle mathématique n'a de sens que s'il peut engendrer des prévisions vérifiables, c'est-à-dire en accord avec les observations, les expériences et les mesures (lorsque celles-ci sont réalisables). Cela implique la résolution des équations correspondantes, permettant de déduire

les valeurs des grandeurs qui caractérisent le système étudié et, le cas échéant, leur évolution dans le temps. Souvent, ces résultats pourront être confrontés aux valeurs mesurées, obtenues à partir des observations ou des expériences effectuées en laboratoire. Malheureusement, la résolution formelle, qui consiste à trouver les solutions exactes des équations par un calcul analytique, n'est qu'exceptionnellement réalisable. Par exemple, on ne peut pas résoudre de façon exacte l'équation de Newton, qui décrit le mouvement des corps célestes, pour un système de plus de deux corps en interaction (problème dit des N corps), même aussi simple que celui constitué par la Terre, la Lune et le Soleil.

Il existe cependant une façon de contourner cette difficulté par l'intermédiaire de ce qu'on appelle la résolution numérique. Celle-ci consiste à trouver non plus les solutions exactes des équations, mais des solutions approchées, à l'aide de méthodes numériques (encadré 1). Mais, lorsque ces méthodes numériques sont appliquées, le nombre d'équations algébriques à résoudre devient en général très grand, même pour un problème simple, et le chercheur — ou l'ingénieur — se voit rapidement submergé par une quantité phénoménale de calculs.

Il y a juste un demi-siècle, de tels calculs auraient été impensables. Mais les ordinateurs — et surtout les super-ordinateurs — nous offrent aujourd'hui la possibilité de jeter un regard neuf et enrichi sur le monde qui nous entoure, et d'explorer des phénomènes jusqu'alors hors de portée du regard humain. Aidé de ces machines, le chercheur peut non seulement résoudre

*Figure 1. L'expérimentation numérique sur ordinateur permet d'aborder des domaines jusqu'ici inaccessibles en laboratoire, telle l'étude des changements climatiques. De fait, les spécialistes de la prévision météorologique sont actuellement parmi les plus gros consommateurs d'heures de calcul. Cette photographie visualise les résultats d'une simulation des turbulences qui se développent au sein d'une atmosphère planétaire. Les pics représentent les anticyclones et les creux, les dépressions atmosphériques. (L'éclairage de la partie inférieure permet de bien séparer le premier plan de l'arrière-plan.) La taille des calculs nécessaires pour réaliser ces « expériences » exige l'utilisation des ordinateurs les plus puissants. (Simulation M. Farge sur Cray 1 au C.V.R., visualisation J.F. Colonna)*



toutes sortes d'équations, mais aussi transcrire les solutions obtenues sous forme d'images, qui lui permettent d'assimiler, de mémoriser et d'interpréter plus facilement les résultats des expériences numériques ainsi effectuées.

Les domaines devenus plus accessibles grâce à l'expérimentation numérique ne se comptent plus (voir à la fin de ce texte une liste d'articles parus dans *La Recherche*). De l'étude de la formation des galaxies à celle de la structure des molécules biologiques, en passant par la dynamique de la turbulence dans l'atmosphère (fig.1) ou dans les plasmas, le rôle joué aujourd'hui par l'ordinateur pour mieux comprendre ces phénomènes est essentiel. Même dans les domaines les plus abstraits, il apporte une aide précieuse au raisonnement, à la vérification des théories existantes, à la formulation de nouvelles théories. Nous allons voir comment s'effectue une « expérimentation numérique » — l'association d'une résolution numérique et d'une visualisation — et aussi comment elle permet de mieux comprendre les phénomènes que l'on étudie et de prévoir leur comportement.

De tous temps, l'homme s'est aidé de machines pour effectuer des calculs, de l'abaque babylonien, ancêtre du boulier, à la machine de Pascal précédant de peu

celle de Leibniz. Ces différentes machines servaient ainsi à traduire les processus mentaux, utilisés pour le calcul arithmétique, en processus mécaniques permettant d'aboutir plus rapidement (et surtout en réduisant les risques d'erreur) aux mêmes résultats. Elles furent suivies de nombreuses autres, parmi lesquelles la « machine analytique » de Charles Babbage, dont le principe fut exposé en 1830, mais qui ne fut jamais entièrement réalisée, bien qu'Ada Lovelace (la fille de Lord Byron) ait dès cette époque écrit des programmes pour celle-ci. Vinrent un siècle plus tard les machines électro-mécaniques de John Vincent Atanasoff aux Etats-Unis, de Konrad Zuse en Allemagne, d'Alan Turing en Angleterre, et enfin les premiers ordinateurs à proprement parler (c'est-à-dire des machines programmables) : le Mark I, que Howard Aiken réalisa en 1944 à Harvard, avec le concours d'IBM, et l'ENIAC que John Mauchly et John Presper Eckert construisirent à la même époque pour un laboratoire de recherche de l'armée américaine. Cependant ce dernier, malgré ses dix tonnes et ses deux cents mètres carrés d'encombrement au sol, n'effectuait que quelques milliers d'opérations par seconde...

La notion d'ordinateur ne fut vraiment formalisée qu'aux alentours de la Seconde

Guerre mondiale par Alan Turing et John von Neumann et elle évolua peu pendant plusieurs années. Puis, à la suite des progrès considérables accomplis en matière de technologie, d'architecture des systèmes et d'algorithmique, le monde de l'informatique se peupla progressivement d'une grande variété de machines, allant aujourd'hui de la calculette programmable à écran graphique, aux grands systèmes capables d'effectuer plus d'un milliard d'opérations arithmétiques par seconde. Le passage des relais électromécaniques aux tubes à vide puis aux semi-conducteurs a permis d'abaisser les coûts et l'encombrement, d'améliorer les performances (capacité mémoire et vitesse de calcul) et enfin de mettre en œuvre des architectures qui, sans ces progrès, ne seraient restées que « sur le papier ».

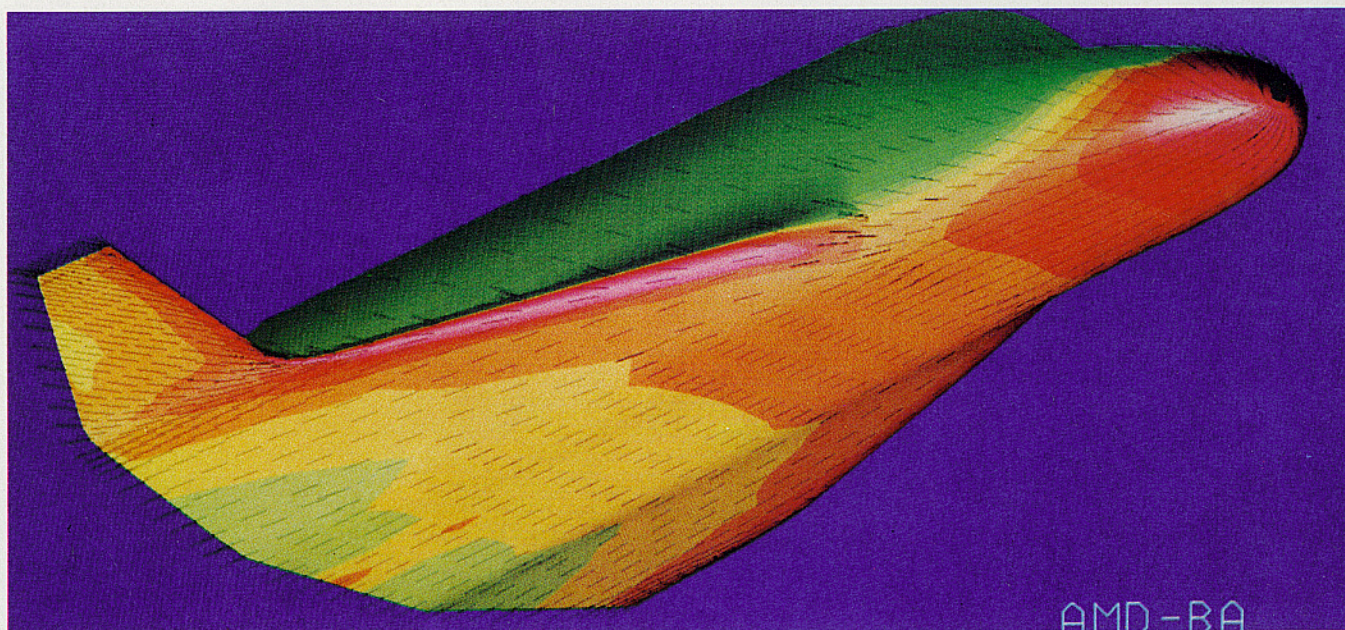
#### L'ordinateur, outil essentiel.

Pendant longtemps la structure de l'ordinateur fut celle dite de « Von Neumann » : elle correspond à une machine comprenant une mémoire unique, stockant aussi bien les données et les résultats que les suites de directives de traitement (ou programmes), une unité de traitement (appelée par la suite processeur) destinée

## 1 LES MÉTHODES DE RÉOLUTION NUMÉRIQUE

**Jean-François Colonna**, docteur ès sciences, dirige le groupe Synthèse Vidéo-LACTAMME, laboratoire commun au CCETT (CNET) et au CMAP (Ecole polytechnique). Il s'intéresse actuellement à l'image de synthèse et aux réseaux locaux.

**Marie Farge** est entrée au CNRS après des études à l'université de Stanford et à l'université Paris VI. Elle travaille à l'Ecole normale supérieure, dans le cadre du laboratoire de météorologie dynamique du CNRS. Elle étudie par simulation numérique les problèmes de turbulence bidimensionnelle.



Une première classe de méthodes numériques consiste, partant des équations déterministes (différentielles, intégrales, intégral-différentielles ou aux dérivées partielles) qui décrivent l'évolution spatio-temporelle des champs continus que l'on désire étudier (par exemple température, pression, vitesse,...), à les remplacer par une série d'équations algébriques discrètes que l'on peut alors résoudre à l'aide d'algorithmes numériques programmés sur ordinateurs. Le précurseur de ces méthodes fut le météorologue anglais Lewis Richardson qui au début du siècle, bien que ne disposant pas d'ordinateur, pré-

voyait d'utiliser des centaines de « calculateurs humains » pour effectuer « à la main » les calculs numériques nécessaires à la prévision du temps.

Il existe plusieurs méthodes numériques courantes appartenant à cette classe. La méthode des différences finies par exemple<sup>(1,2)</sup> substitue au continuum de l'espace et du temps un échantillon de points discrets répartis régulièrement, appelé « maillage », et remplace les opérateurs différentiels par des opérateurs de différences entre les valeurs du champ en différents points voisins. Les méthodes spectrales<sup>(3,4)</sup>, d'autre

part, consistent à développer les fonctions que l'on cherche en une série finie de fonctions orthogonales appelées « fonctions de base » (celles-ci sont par exemple des fonctions trigonométriques quand on étudie des phénomènes périodiques). Cela permet, ici encore, de remplacer les équations différentielles par un grand nombre d'équations algébriques que l'on peut alors intégrer numériquement. Enfin la méthode des éléments finis<sup>(5)</sup> est quelque peu intermédiaire par rapport aux méthodes précédentes, car ici les fonctions sont développées localement, c'est-à-dire au voisinage de chacun des points d'un



à exécuter les instructions du programme une à une, c'est-à-dire successivement, et enfin des organes de dialogue avec le monde extérieur. En fait rares sont aujourd'hui les ordinateurs dont l'architecture corresponde encore strictement à cette définition. En effet, il paraît souvent logique de vouloir réaliser plusieurs opérations simultanément, soit à partir de plusieurs programmes indépendants (ce sont les notions de temps partagé et de multiprogrammation), soit à l'intérieur d'un même programme (dans lequel certaines instructions sont indépendantes et peuvent donc s'effectuer en même temps). Ainsi les architectes de système tentent-ils maintenant de favoriser le traitement simultané. Ils peuvent le faire explicitement, en donnant par exemple accès à plusieurs ordinateurs interconnectés plus ou moins fortement : c'est ce que l'on appelle les « architectures parallèles ». Ils peuvent aussi le faire implicitement, en cachant à la vue des utilisateurs les mécanismes, souvent fort complexes, qui permettent notamment à un même ordinateur d'exécuter simultanément ou quasi simultanément plusieurs instructions successives d'un même programme, par exemple dans ce que l'on appelle les structures « pipe-line » (voir « Les supercalculateurs » dans notre numéro de septembre

1983). L'arrivée d'ordinateurs bâtis sur ce type d'architecture, et en particulier de super-ordinateurs, a donné un nouvel essor à l'expérimentation numérique (encadré 2).

A ses débuts, au beau milieu de la Seconde Guerre mondiale, l'ordinateur fut essentiellement utilisé comme machine à calculer pour prévoir les trajectoires de projectiles balistiques, briser les codes secrets ou effectuer des calculs de physique nucléaire dans le cadre du projet de développement de la bombe atomique (projet « Manhattan »). Mais, dès l'arrivée d'une copie de l'ENIAC au laboratoire de Los Alamos, en 1945, et sous l'impulsion de John Von Neumann, Stanislas Ulam et Nicholas Metropolis, cette activité nouvelle qu'était l'expérimentation numérique se développa rapidement. Dans son autobiographie<sup>(1)</sup>, Stanislas Ulam explique ce qu'il faut entendre par « expériences numériques » : « *Presque immédiatement après la guerre, John von Neumann et moi-même avons commencé à discuter de la possibilité d'utiliser les ordinateurs de façon heuristique (en quelque sorte par tâtonnement), pour essayer d'obtenir quelques lumières sur des questions de mathématiques pures. En produisant des exemples et en observant les propriétés de certains objets mathématiques,*

*on peut espérer obtenir des éléments de réponse quant au comportement des lois générales. Lors des années qui ont suivi j'ai suggéré, et dans certains cas résolu, une variété de problèmes de mathématiques pures en expérimentant ou même en observant* », sous-entendu « à l'ordinateur ». On voit ainsi se préciser, dès l'origine, l'apport des ordinateurs en mathématiques et en physique, à savoir la possibilité d'« expérimenter » et de « voir » les solutions des équations ou les conséquences des principes fondamentaux que l'on étudie.

En outre, tout comme l'expérience de laboratoire, l'expérimentation numérique peut conduire à la découverte de comportements inattendus et remettre en cause des hypothèses jusqu'alors admises. C'est ainsi qu'en 1955, Enrico Fermi, John Pasta et Stanislas Ulam<sup>(2)</sup> découvrirent, grâce à une expérience numérique effectuée sur l'ENIAC de Los Alamos, qu'un système de particules en interaction non linéaire n'atteint pas nécessairement l'équilibre thermique (état où toutes les particules ont la même énergie et pour lequel l'entropie est maximale). Ainsi, contrairement à ce que prévoit la mécanique statistique, le système présente un comportement périodique, en revenant de façon régulière à l'état initial. Au début

maillage (et non globalement comme pour les méthodes spectrales). L'espace est ainsi découpé en éléments à l'intérieur desquels les fonctions sont remplacées par leur développement fini. Cette méthode autorise des éléments de taille différente, ce qui permet de resserrer le maillage dans les « zones sensibles », tel par exemple le bord d'attaque d'une aile d'avion dont on étudie les performances aérodynamiques. Ces différentes méthodes sont d'application courante en mécanique des fluides, en particulier en aérodynamique ; elles sont utilisées, par exemple, pour la conception de la navette spatiale européenne Hermès par la société Dassault. La photographie représente les flux thermiques sur Hermès au cours d'une rentrée atmosphérique ; les flux les plus importants, en rouge, correspondent à des températures supérieures à 1 000°C. Les traits noirs suivent la direction d'écoulement de l'air en chaque point du maillage.

Un second type de méthodes numériques, dites particulières, toujours déterministes, consiste à définir le système que l'on étudie comme un ensemble de particules dont les mouvements sont décrits par leur position, repérée par rapport à un espace continu, leur vitesse, les lois de force décrivant leurs interactions mutuelles et éventuellement, si les particules peuvent entrer en collision, la façon dont elles échangent leur quantité de mouvement lors des chocs. Toutefois, dans de nombreux problèmes, il n'est pas nécessaire de prendre en compte toutes les particules constituant le système physique, car leur nombre est dans la pratique souvent beaucoup trop élevé. On peut alors discrétiser l'espace, en remplaçant celui-ci par un maillage, et ne prendre en compte, à la place des particules, que les densités moyennes de particules à l'intérieur de chacune des mailles. Roger Hockney<sup>(6)</sup> de l'université de Stanford en Californie et aujourd'hui professeur à l'université de Reading en Grande-Bretagne fut un des premiers à mettre au point ces méthodes il y a maintenant vingt ans. Les méthodes particulières sont entre autres utili-

sées en astrophysique, pour l'étude de la formation des galaxies.

Un troisième type de méthodes numériques, toujours déterministes et en partie dérivé du précédent, considère qu'à chaque nœud d'un maillage, appelé dans ce cas réseau, est associé un état discret qui ne peut prendre qu'un petit nombre de valeurs, et parfois deux seulement (par exemple état excité-non excité, vivant-mort, spin up-spin down,...). Chaque nœud change d'état suivant une règle de mise à jour, qui est telle que la nouvelle valeur d'un nœud ne dépend que de son ancienne valeur et des anciennes valeurs des nœuds voisins. De tels systèmes ont été introduits il y a trente ans par John von Neumann et Stanislas Ulam pour modéliser les processus d'auto-organisation dans les systèmes biologiques, d'où leur nom d'automates cellulaires ou « jeu de la vie » qu'ils portent encore, bien qu'ils aient trouvé aujourd'hui des applications variées. Ils peuvent par exemple se comporter comme de véritables ordinateurs ou bien simuler des phénomènes hydrodynamiques. Un des domaines d'application de ces méthodes est la mécanique statistique, en particulier pour l'étude des mécanismes de transition de phase, mais aussi la chromodynamique quantique avec le développement récent, sous l'impulsion du prix Nobel Kenneth Wilson (voir « Quelle informatique pour la Science ? » dans notre numéro de juillet-août 1983), des théories de jauge sur réseau.

Si les classes de méthodes précédentes reposent sur la résolution d'équations en rapport direct avec la physique des phénomènes que l'on désire étudier, ce n'est pas le cas de la troisième classe, celle des méthodes dites de Monte-Carlo<sup>(7)</sup>, développées juste à la fin de la dernière guerre par Stanislas Ulam et Nicholas Metropolis. Ces méthodes partent de systèmes, du type processus aléatoires, qui n'ont pas nécessairement de rapport avec les phénomènes physiques étudiés, mais dont le comportement s'avère semblable à celui des équations différentielles, à

condition toutefois de considérer un très grand nombre de processus élémentaires afin d'avoir des échantillons représentatifs du point de vue statistique. Le rôle de l'ordinateur est d'engendrer des processus aléatoires élémentaires et de ne sélectionner ensuite, parmi toutes les réalisations ainsi engendrées, que celles ayant une « réalisabilité » physique suffisante, c'est-à-dire vérifiant entre autres les principes de conservation propres au phénomène que l'on étudie. L'adéquation que l'on constate entre les phénomènes observés et les résultats obtenus grâce aux méthodes de Monte-Carlo repose sur l'isomorphisme partiel qui existe entre la structure mathématique des processus aléatoires et celle des équations aux dérivées partielles. L'exemple le plus typique est la correspondance qu'il y a entre la résolution de l'équation de Laplace (décrivant le potentiel électrostatique dans le vide) et les marches au hasard (mouvement brownien), l'une pouvant servir à calculer l'autre ou réciproquement. Ces méthodes de type aléatoire sont largement utilisées en physique nucléaire, pour prévoir certaines réactions par exemple. (Cliché Avions Marcel Dassault)

(1) S.M. Ulam, *The adventures of a mathematician*, Scribners, 1976.  
(2) E. Fermi, J.R. Pasta et S.M. Ulam, « Studies on non linear problems », publié dans les *Œuvres complètes* d'E. Fermi, vol. 2, Univ. of Chicago Press, 1965, p. 978.

(1) P.J. Roache, *Computational fluid dynamics*, Hermosa Publishers, 1972.

(2) M. Farge, *Instabilités hydrodynamiques ou instabilités numériques ?*, Ecole d'été d'astrophysique, Goutelas Publication de l'observatoire de Meudon, 1983.

(3) D. Gottlieb et S.A. Orszag, *Numerical analysis of spectral methods : theory and applications*, Series in Applied Mathematics, 1977.

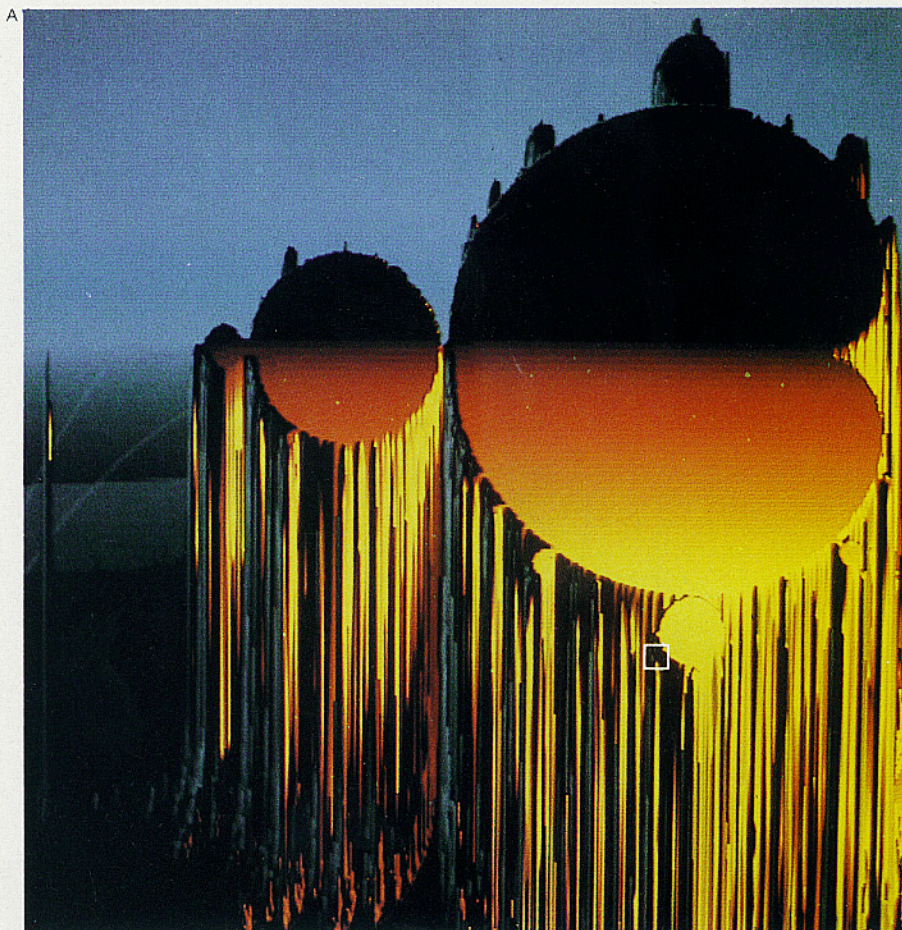
(4) R. Peyret et T.D. Taylor, *Computational methods for fluid flow*, Springer Verlag, 1983.

(5) G. Strang et G. Fix, *An analysis of finite element method*, Prentice Hall, 1973.

(6) R.W. Hockney et J.W. Eastwood, *Computer simulation using particles*, Mc Graw Hill, 1981.

(7) J.M. Hammersley et D.C. Handscomb, *Les méthodes de Monte-Carlo*, Dunod, 1967.





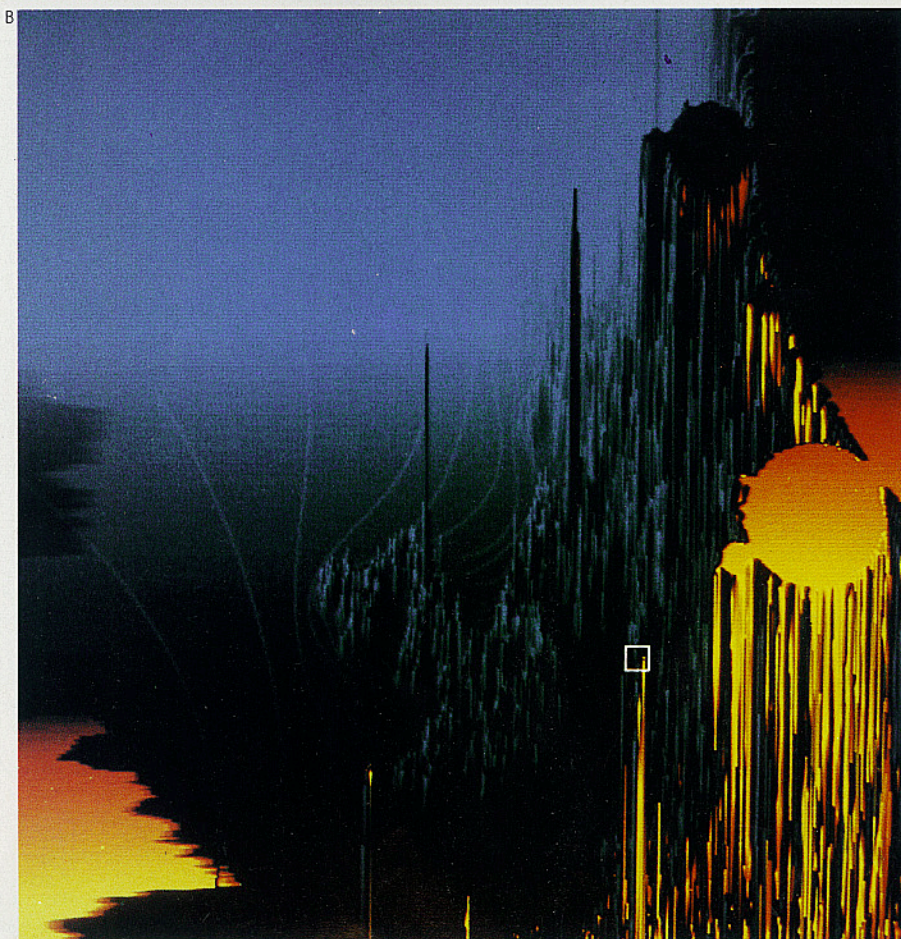
des années 1960 à Princeton, Martin Kruskal et Norman Zabusky<sup>(3)</sup>, reprenant cette expérience numérique légèrement modifiée, virent apparaître un nouveau type d'ondes comme solution des équations décrivant un tel système : ils les appelèrent « ondes solitaires » ou « solitons » (voir « Des solitons partout » dans notre numéro de janvier 1982). Leur comportement évoque celui de particules, car elles sont localisées dans l'espace et préservent leur forme lors des interactions. Depuis, de nombreuses ondes solitaires ont été observées dans la nature, en particulier en optique, dans les lasers par exemple, en mécanique des fluides dans des phénomènes tels les raz-de-marées et, d'après T. Maxworthy, de l'université de Los Angeles<sup>(4)</sup>, la tache rouge de Jupiter pourrait même être un soliton bidimensionnel.

Ces expériences numériques ouvrirent alors la voie à toute une classe de problèmes nouveaux se rapportant à ce que l'on appelle la théorie des systèmes dynamiques. C'est ainsi que le premier « attracteur étrange », objet mathématique abstrait (voir « Les attracteurs étranges » dans notre numéro de février 1980), fut découvert expérimentalement à l'ordinateur par le météorologue américain Edward Lorenz<sup>(5)</sup> en 1963, au Massachusetts Institute of Technology. D'autres attracteurs étranges furent mis en évidence par la suite, en particulier par Michel Hénon<sup>(6)</sup>, de l'observatoire de Nice, qui montra que les attracteurs étran-

ges ont un caractère manifestement fractal, c'est-à-dire que leur morphologie se reproduit identique à elle-même à toutes les échelles. David Ruelle, de l'Institut des hautes études scientifiques de Bures-sur-Yvette, proposait en 1971<sup>(7)</sup> avec Floris Takens l'idée que la turbulence hydrodynamique est gouvernée par une dynamique du type « attracteur étrange ». L'ensemble de Mandelbrot est un autre exemple d'objet mathématique abstrait étudié récemment<sup>(8,9)</sup> en associant l'ordinateur à des moyens de visualisation à haute résolution (fig. 2).

Toutefois, l'intérêt de l'approche numérique n'est pas de remplacer l'expérience, ce qui serait d'ailleurs dangereux et illusoire. Le numérique, tout comme la théorie, a besoin de l'expérience de laboratoire pour confirmer ou infirmer ses prédictions, du moins dans quelques cas tests, et ce afin de valider la qualité de l'approximation sous-jacente au modèle mathématique et à la technique numérique utilisés. En fait, l'expérimentation sur ordinateur ne remplace pas l'expérimentation en laboratoire, mais lui est complémentaire : l'intérêt du numérique est d'ouvrir de nouveaux champs d'expérimentation<sup>(10)</sup>.

Certains domaines sont en effet inaccessibles en laboratoire, comme l'évolution du climat ou la dynamique des atmosphères planétaires (pour lesquels jusqu'à présent on se contentait de l'observation) ou encore la formation des galaxies. D'autres sont difficilement contrôlables, telles les



(3) M.D. Kruskal, *The birth of soliton — Non linear evolution equations solvable by the spectral transform*, Pitman, 1978, p. 1.  
(4) T. Maxworthy et L.G. Redekopp, *Science*, 210, 1350, 1980.  
(5) E.N. Lorenz, *J. Atmos. Science*, 20, 130, 1963.  
(6) M. Hénon, *Commun. Math. Phys.*, 50, 69, 1976.  
(7) D. Ruelle et F. Takens, *Commun. Math. Phys.*, 20, 167, 1971 et 23, 343, 1971.



températures proches du zéro absolu, ou quasiment inobservables, comme par exemple les mouvements moléculaires ou atomiques. Il serait même envisageable de simuler des conditions « non physiques » afin d'observer les phénomènes qui résulteraient de la modification des lois de la physique ou de la variation de certaines constantes universelles. Enfin, l'expérimentation numérique permet de faire abstraction des effets parasites qu'une expérience de laboratoire ne peut supprimer, telles les interactions avec l'environnement (vibrations, échanges thermiques, effets électromagnétiques, etc.). En fait, l'expérimentation numérique constitue une troisième voie de recherche, dont la spécificité est l'utilisation heuristique de l'ordinateur, et elle doit interagir à la fois avec la théorie et l'expérience de laboratoire. Aujourd'hui, partout dans le monde, et notamment en France, de nombreuses équipes de chercheurs mettent en œuvre de telles techniques (encadré 3).

#### Qu'est-ce qu'une expérience numérique ?

Avant de faire appel à l'ordinateur, le chercheur doit nécessairement modéliser le phénomène qu'il désire étudier. Comme nous l'avons déjà évoqué au début de cet article, la formulation mathématique d'un phénomène, qu'il soit physique, chimique ou autre, consiste à l'exprimer sous la forme d'un ensemble d'équations que l'on cherche à résoudre.

La modélisation est en général délicate car il faut convenablement choisir les hypothèses et les approximations d'où l'on part, et la résolution exacte des équations ainsi obtenues se révèle bien souvent impossible. Par souci de clarté, nous avons choisi d'illustrer nos propos par un exemple très simple. Mais nous verrons qu'il suffit de compliquer légèrement le problème pour que, même dans ce « cas d'école », l'utilité de l'ordinateur prenne tout son sens.

Considérons le cas d'un polluant non diffusif, entraîné par un courant, et dont on veut étudier l'évolution dans un espace à une dimension. La répartition de concentration de polluant constitue ce qu'on appelle un champ spatio-temporel, noté  $C(x,t)$ , dont la valeur varie à la fois en fonction des coordonnées d'espace  $x$  et de temps  $t$ . Ce problème est modélisé par une équation, du type équations aux dérivées partielles, appelée « équation de transport », qui s'écrit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = 0.$$

L'équation de transport décrit donc les variations infinitésimales de la concentration du polluant,  $C(x,t)$ , en fonction des coordonnées d'espace  $x$  et de temps  $t$ , compte tenu de la vitesse du courant  $V(x,t)$ , supposée connue. On connaît également les conditions initiales, c'est-à-dire la distribution spatiale de la concentration du polluant à l'instant initial,  $C(x,0)$ , ainsi que les conditions aux limites, qui sont choisies telles que, aux fron-

tières du domaine spatial étudié, la concentration du polluant soit nulle.

Lorsque la vitesse du courant  $V$  est constante, c'est-à-dire qu'elle est la même en tout point de l'espace et ne varie pas au cours du temps, l'équation de transport est dite linéaire. Elle a alors une solution simple, que l'on peut calculer analytiquement, telle que si à l'instant  $t=0$  la tache de polluant se trouvait au point  $x=0$ , alors, au bout du temps  $T$ , elle se sera déplacée d'une distance  $x=VT$  dans le sens du courant, tout en gardant sa forme initiale.

En général, la situation est plus complexe, car il est rare que la vitesse d'un courant soit constante, celle-ci variant en chaque point et à chaque instant. Si cette

**Figure 2.** L'ordinateur nous offre aujourd'hui la possibilité de jeter un regard neuf et enrichi sur le monde qui nous entoure. Il apporte une aide précieuse même dans les domaines scientifiques les plus abstraits. L'ensemble de Mandelbrot est un exemple d'objet mathématique étudié récemment grâce à l'ordinateur.

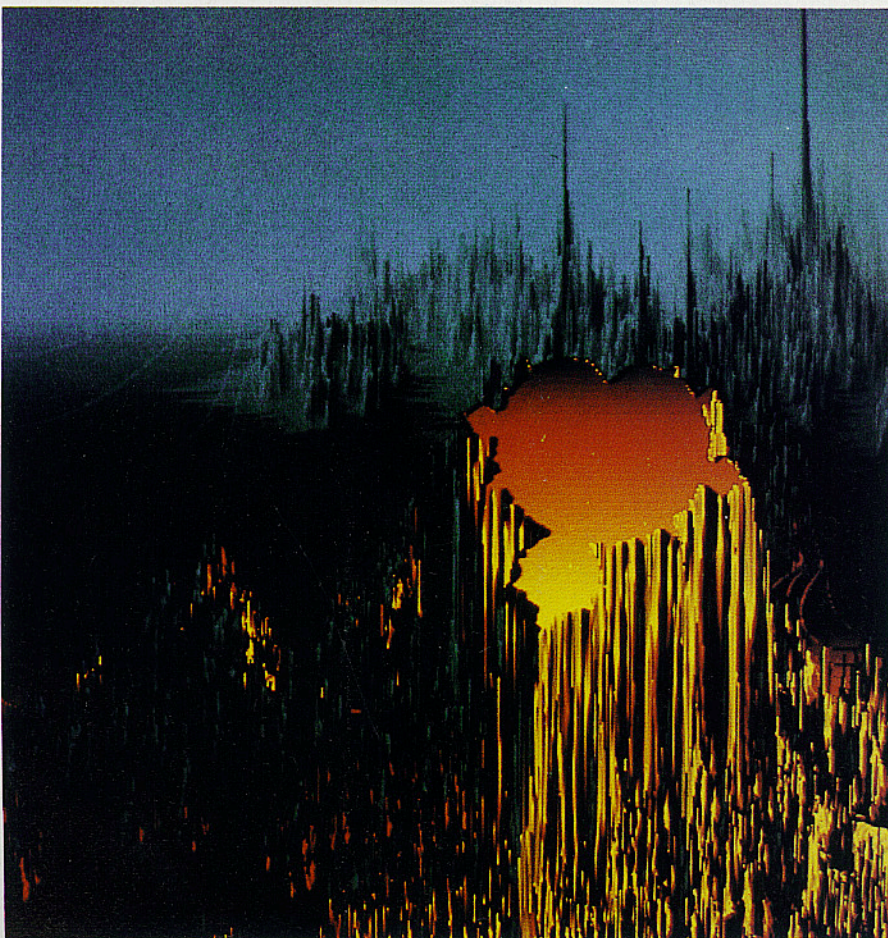
Cet ensemble, noté  $M$ , est défini dans le plan des nombres complexes. Pour le construire, on associe à tout point  $c$  de ce plan, la suite infinie de points  $c, c^2+c, (c^2+c)^2+c, \dots$ . Si tous ces points restent localisés à une distance inférieure à 2 de l'origine du plan complexe, alors le point  $c$  de départ appartient à l'ensemble  $M$ .

Dans la pratique, il n'est pas possible de construire des suites infinies. Il faut se contenter d'en calculer les  $N$  premiers termes ( $N$  étant choisi arbitrairement), et de décider que s'ils restent tous à une distance inférieure à 2 de l'origine, le point  $c$  de départ appartient probablement à  $M$ . En revanche, dès qu'un terme (parmi les  $N$  premiers) est suffisamment éloigné, ce n'est plus la peine de poursuivre le calcul des termes suivants : le point initial n'appartient sûrement pas à  $M$ . Par ailleurs, il est tout aussi impossible de prendre en compte tous les points du plan complexe : on se limite donc à un échantillon convenablement choisi.

Grâce à l'« algorithme » que nous venons de décrire sommairement, un ordinateur peut dessiner approximativement l'ensemble de Mandelbrot, en attribuant par exemple à ses points une couleur particulière. Il peut en outre agrandir à loisir n'importe quelle partie du plan, ce qui permet à l'observateur de plonger dans  $M$  par un effet de zoom, afin d'en visualiser des régions de plus en plus microscopiques.

Sur ces photographies, un autre mode de représentation — inédit jusqu'ici dans ce contexte — a été choisi, consistant à attribuer une altitude à chaque point du plan complexe et à représenter le tout en perspective, avec un éclairage qui fait apparaître des ombres (cette représentation valut à son auteur, J.-F. Colonna, le prix « Artistic and technical excellence award », à Tokyo en 1986). L'altitude d'un point  $c$  est égale au nombre de termes de la suite associée à  $c$  qu'il a fallu calculer pour décider si  $c$  appartenait ou non à  $M$ . L'altitude des points extérieurs à l'ensemble est donc toujours inférieure à  $N$ . En revanche, les points de l'ensemble de Mandelbrot, d'altitude maximale (égale à  $N$ ), forment les plateaux et les pics de ces paysages évocateurs du Grand Canyon du Colorado.

La photographie B représente — agrandie environ trente fois — la portion de la photographie A comprise à l'intérieur du carré. La même relation existe entre les photographies B et C. On remarquera que le plateau visible sur la photographie C ressemble fortement à celui de la photographie A. Cela reflète le caractère « fractal » de  $M$ , c'est-à-dire le fait qu'il a la même structure à toutes les échelles. L'ordinateur nous révèle ainsi l'infinie richesse structurale et esthétique de cet ensemble, qui n'est pas apparente dans sa définition mathématique. (Visualisations J.-F. Colonna)



(8) A. Douady, « Itération de polynômes complexes », *Courrier du CNRS*, supplément au n° 62, p. 25, 1985.

(9) H.-O. Peitgen et P.H. Richter, *The beauty of fractals. Images of complex dynamical systems*, Springer Verlag, 1986.

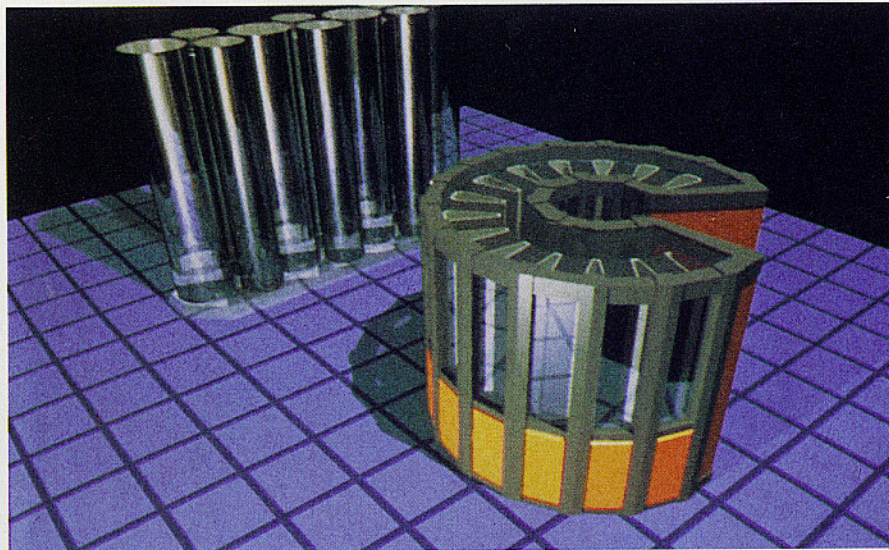
(10) M. Farge, « L'expérimentation numérique en physique », *Fundamenta Scientiae*, 7, Pergamon, 1986.



## 2 UN EXEMPLE DE SUPER-ORDINATEUR : LE CRAY 2

Parmi les machines les plus performantes du moment, appelées aussi « super-ordinateurs », se trouve le Cray 2. L'image synthétique ci-dessus a été réalisée par le Cray 2 lui-même, à partir des équations représentant son aspect géométrique. Sa vitesse théorique maximale, lorsque tous les parallélismes qu'elle possède sont exploités, est supérieure à un milliard d'opérations par seconde. Le Cray 2 (produit depuis 1985 par la société Cray Research Inc. de Minneapolis), dont un exemplaire est installé depuis novembre 1986 à l'Ecole polytechnique, est constitué d'un processeur de supervision et de quatre processeurs de calcul accédant à une mémoire commune de très grande capacité, ayant plus de deux milliards d'octets. Grâce à cette mémoire très importante (256 fois plus grande que celle du Cray 1, commercialisé depuis 1976), le chercheur sera, au moins pour un temps, libéré des contraintes liées à la gestion des disques. En effet, l'utilisation de disques supplée habituellement au manque de place en mémoire centrale, mais demande un effort de programmation supplémentaire et surtout ralentit très sensiblement les temps d'exécution, car la lecture des disques est beaucoup trop lente par rapport au temps d'accès de l'information en mémoire centrale.

Chacun des quatre processeurs du Cray 2 est lui-même composé de plusieurs unités fonctionnelles indépendantes, responsables des opérations arithmétiques et logiques, et pouvant tra-



vailler simultanément. De plus, chaque unité fonctionnelle est segmentée en sous-unités, formant ce que l'on appelle un « pipe-line »<sup>(1,2)</sup>, et permettant le traitement simultané, mais à des stades d'avancement différents, de plusieurs

données, selon le même principe qu'une chaîne de montage dans une usine. Les unités fonctionnelles du Cray 2 travaillent avec une période d'horloge de 4,1 nanosecondes, soit trois fois plus vite que le Cray 1 sorti il y a maintenant dix

variation est indépendante de la concentration, le problème reste linéaire, mais n'a, dans la plupart des cas, plus de solution analytique. Mais si la vitesse de l'écoulement dépend de la concentration, le problème devient non linéaire et, comme on ne sait plus résoudre analytiquement les équations correspondantes, la résolution numérique est alors la seule approche possible.

Il existe de nombreuses méthodes numériques permettant de calculer le comportement de tels systèmes (encadré 1). Un type de méthodes, utilisé principalement en mécanique des fluides, consiste à remplacer les équations aux dérivées partielles, qui décrivent l'évolution spatio-temporelle du phénomène, par des équations qui ne comportent que des opérations algébriques (addition, multiplication, division...). Cela revient à remplacer les opérateurs différentiels par des opérateurs de différence, d'où le nom de « méthode des différences finies » donné à cette technique.

Pour l'appliquer, on commence par remplacer le continuum espace-temps par un échantillon de points, constituant ce qu'on appelle le « maillage spatial », et un échantillon d'instant, constituant le « maillage temporel ». Il s'agit donc des échantillons pour lesquels on veut calculer les valeurs des solutions du problème (on dit aussi que l'on « discrétise » l'espace et le temps). Dans notre exemple, qui n'a qu'une dimension spatiale, le maillage sera constitué de positions régulièrement espacées sur la droite représentant la direction du courant, et d'instant régulièrement distribués dans le temps. On remplace ensuite les variations infinitésimales du champ ( $\partial C / \partial x$  et  $\partial C / \partial t$ ), apparaissant

dans l'équation de transport, par des formules représentant ses variations entre deux positions consécutives du maillage spatial ( $\Delta C / \Delta x$ ), et entre deux instants consécutifs du maillage temporel ( $\Delta C / \Delta t$ ). Pour que la résolution numérique soit stable, c'est-à-dire converge vers un résultat si le problème est bien posé, la condition de Courant-Friedrichs-Lewy impose (dans la plupart des cas) que la finesse du maillage spatial, de pas  $\Delta x$ , et celle du maillage temporel, de pas  $\Delta t$ , soient adaptées à la vitesse de l'écoulement en chaque point et à chaque instant, ce qui oblige à prendre par sécurité un pas de temps  $\Delta t$  inférieur à  $\Delta x / V_{\text{maximal}}$  ( $V_{\text{maximal}}$  est la plus grande vitesse rencontrée au sein de l'écoulement). Dans notre exemple, cela revient à choisir le maillage spatio-temporel suffisamment fin pour que, pendant un pas de temps  $\Delta t$ , le polluant ne se soit pas déplacé de plus d'une maille d'espace  $\Delta x$ , sinon le calcul n'arriverait plus à suivre le phénomène et les résultats ne seraient pas fiables. En général, cette condition impose des pas de temps très petits, et ce d'autant plus que le maillage utilisé est serré. Par conséquent, pour résoudre la plupart des problèmes, il faut à la fois une taille mémoire importante, pour stocker les valeurs du champ en chaque point du maillage, et des temps de calcul d'autant plus longs que le pas de temps choisi est plus petit.

La discrétisation spatio-temporelle et l'utilisation de différences finies nous permettent donc de remplacer l'équation de transport par un système de  $N$  équations algébriques à  $N$  inconnues,  $N$  étant le nombre de points du maillage spatial. En partant des valeurs connues de la concentration du polluant à l'instant initial  $C(x,0)$

et du champ de vitesse  $V(x,0)$ , il faut alors résoudre ce système d'équations qui, vu sa taille (par exemple  $N=1\,000$ , soit 1 000 équations à 1 000 inconnues), ne peut être intégré qu'à l'aide d'un ordinateur. Cette première étape nous fournit les valeurs du champ à l'instant suivant,  $\Delta t$ . Ensuite, il faut recommencer, en partant cette fois des valeurs  $C(x,\Delta t)$ , trouvées à l'instant  $\Delta t$ , pour calculer en chacun de ces points la valeur du champ à l'instant suivant,  $2\Delta t$ . Nous pouvons ainsi, de proche en proche, calculer la distribution du polluant en chaque point de l'espace et à chaque instant. Pour finir, les résultats stockés dans la mémoire de l'ordinateur pourront être visualisés en traçant à chaque instant la carte de répartition spatiale du polluant. Il sera alors possible de réaliser un film montrant l'évolution de la tache de polluant au cours du temps. Ce film pourra, par un choix adéquat du mode de représentation et de la palette de couleur, être quasiment aussi réaliste que si l'on avait filmé le phénomène réel en laboratoire (dans l'exemple monodimensionnel que nous avons choisi ici, par souci de simplicité, cela est moins vrai que dans le cas bidimensionnel que nous décrirons plus loin). Une telle visualisation rend ainsi beaucoup plus immédiate la comparaison entre les résultats d'expériences numériques et les phénomènes observés dans la nature ou reproduits en laboratoire.

« Voir » les résultats  
d'une expérience numérique.

La visualisation s'avère même indispensable dans de nombreux cas. En effet, les ordinateurs actuels arrivent à produire, sur des intervalles de temps très brefs, des



ans ; ainsi le Cray 2 peut-il faire des multiplications à la cadence théorique d'une toutes les nanosecondes, soit dans le même temps que met la lumière pour parcourir trente centimètres. Ces performances ont été obtenues, entre autres, grâce à un compactage très poussé des circuits, ce qui nécessite leur refroidissement par immersion dans un fluide réfrigérant. Ce fluide, appelé fluorinert (également utilisé comme plasma sanguin artificiel), évacue la chaleur à la température ambiante.

Une autre particularité essentielle de cette machine est la possibilité de manipuler en une seule instruction, non pas un nombre, mais un vecteur d'au plus soixante-quatre composantes (ce qui correspond à la taille des registres vectoriels dans lesquels sont stockés temporairement les vecteurs en cours de traitement). Le calcul de la somme de deux vecteurs (soit l'instruction  $A(i) = B(i) + C(i)$  pour  $i$  variant de 1 à 64) se fera donc en une seule instruction machine, alors que sur un ordinateur plus conventionnel il en demanderait soixante-quatre. De telles machines (parmi lesquelles les CDC Cyber 205, ETA 10, les Cray 1, Cray XMP, Cray 2, les Fujitsu VP 200, VP 400, le Hitachi S-810 et le NEC SX2) sont dites « vectorielles ».

Malheureusement, pour une utilisation efficace, ces particularités architecturales ne peuvent pas être cachées à l'utilisateur. Leur exploitation passe par une phase, parfois délicate, d'écriture (ou de ré-écriture) des algorithmes et

des programmes, appelée « vectorisation »<sup>(1,2)</sup> et éventuellement « parallélisation »<sup>(2,3)</sup>. De plus, l'expérience montre que le parallélisme au sein d'un même programme possède ses limites et qu'un grand nombre de méthodes numériques n'y sont pas adaptées. C'est pourquoi les recherches menées dans le domaine de l'algorithmique ne doivent pas être négligées, car de nouvelles techniques de calcul permettent parfois des gains de performances étonnants. Ainsi l'algorithme de « transformée de Fourier rapide », utilisé dans les méthodes spectrales sur des ordinateurs conventionnels (voir encadré 1), mis au point en 1965 par J. Cooley et J. Tukey, a-t-il fait gagner plusieurs ordres de grandeur dans la rapidité de calcul par rapport à la transformée de Fourier classique. A titre d'exemple, ce gain est de 100 pour une transformée de 1 024 coefficients et de 500 000 pour une transformée d'un million de coefficients. (Cliché G. Lorig, Cray Res. Inc.)

(1) M. Farge, *Description du Cray 1 de l'EDF et mesure de ses performances*, Rapport HI/3912-00. Service informatique et mathématiques appliquées. Centre d'études et de recherches de l'EDF, 1981.

(2) R.W. Hockney et C.R. Jesshope, *Parallel computers*, Adam Hilger, 1981.

(3) V. Schendel, *Introduction to numerical methods for parallel computers*, Ellis Horwood, dist. John Wiley, 1984.

quantités énormes de résultats. Par exemple, les super-ordinateurs actuellement en service, Cray 1, Cray X-MP, Cray 2 (voir encadré 2), CDC Cyber 205, Fujitsu VP200 et VP400, Hitachi S-810, ETA 10 et NEC SX-2, sont capables de puissances théoriques de calcul de l'ordre de plusieurs centaines de millions d'opérations arithmétiques par seconde. Si le résultat de tous ces calculs était imprimé, cela représenterait, pour une seconde d'utilisation de tels calculateurs, un « listing » de plusieurs dizaines de mètres d'épaisseur !

Que faire de tant de résultats ? Même si l'on suppose que seul un très faible pourcentage des valeurs calculées aura un intérêt direct pour le scientifique, celles-ci représentent encore une quantité énorme d'informations à analyser. Reprenons l'exemple précédent concernant l'évolution d'une tache de polluant, en supposant cette fois-ci que l'espace est bidimensionnel, par exemple un plan. Discretisons ce plan à l'aide d'un maillage de mille points par mille points. Pour décrire le champ du polluant (grandeur scalaire) on a alors besoin de calculer 1 000 x 1 000 valeurs, et pour décrire le champ de vitesse (vecteur dans l'espace à deux dimensions du plan) il en faut deux fois plus : il faut donc stocker au total trois millions de valeurs en mémoire, et ce à chaque pas de temps ! En l'absence d'outils graphiques, le chercheur est contraint, pour des raisons pratiques, à n'imprimer que quelques valeurs extrêmes et quelques valeurs moyennes, ce qui lui fait perdre l'essentiel de l'information concernant la structure spatiale d'un tel écoulement. Le problème du dépouillement des résultats produits est donc tout aussi délicat et essentiel que celui de la validation initiale et de la

mise au point du modèle sous-jacent.

Dans ces conditions, l'idée de faire des facultés de reconnaissance de l'œil le principal outil d'aide à l'analyse des données ou des résultats de calculs semble naturelle. En effet l'œil, associé au cortex visuel, possède une large bande passante permettant une perception globale de formes colorées surgissant d'un environnement changeant, mouvant et bruité. En outre, l'esprit humain qui procède par images mentales demande des images « externes » pour être stimulé, confronté à de nouveaux problèmes, mené sur la voie de nouvelles découvertes et solutions. Enfin, la visualisation facilite les fonctions associative et mnémonique du cerveau. Ces différentes raisons ont concouru à l'emploi, aujourd'hui très répandu, de matériels graphiques variés permettant d'analyser de façon visuelle les résultats d'expériences numériques<sup>(11)</sup>.

Il existe depuis longtemps différents matériels graphiques, telles les tables traçantes (matériels Benson, Varian, Versatec...) ou les tubes cathodiques à balayage cavalier (matériel Tektronix de la série T401X), qui permettent au chercheur d'obtenir des courbes à partir de ses résultats pour mieux suivre leur comporte-

### 3 L'EXPÉRIMENTATION NUMÉRIQUE EN FRANCE

Les chercheurs français recourent depuis longtemps et de façon très active à l'expérimentation numérique dans de très nombreux domaines. On peut citer, entre autres : l'astrophysique (observatoire de Meudon, observatoire de Nice,...), la physique des plasmas (Ecole polytechnique, Commissariat à l'énergie atomique,...), la météorologie et l'océanographie (Météorologie nationale, laboratoire de météorologie dynamique de l'Ecole normale supérieure et de l'Ecole polytechnique, laboratoire d'océanographie dynamique et climatique de Paris VI,...), la chimie (laboratoire de chimie théorique d'Orsay, laboratoire de chimie quantique de l'université Louis-Pasteur de Strasbourg,...), la mécanique des fluides (ONERA, Institut de mécanique de Grenoble, Institut de mécanique des fluides de Marseille,...) ou encore la mécanique statistique (groupe de physique des solides de l'Ecole normale supérieure, laboratoire de physique théorique d'Orsay, laboratoire de la matière condensée de l'Ecole polytechnique...).

Il y a encore cinq ans, les chercheurs français utilisant l'expérimentation numérique devaient aller effectuer leurs calculs, dès que ceux-ci devenaient trop importants aux Etats-Unis sur des ordinateurs vectoriels (Lawrence Livermore Laboratory, Los Alamos, National Center for Atmospheric Research à Boulder), car la France ne disposait pas alors de moyens comparables. Cela n'est plus vrai depuis la création du Centre de calcul vectoriel pour la recherche (C<sub>2</sub>VR). En effet, ce centre créé en 1983, mettait le Cray 1 installé à l'Ecole polytechnique, à Palaiseau à la disposition des chercheurs affiliés au Centre national de la recherche scientifique, aux différentes universités et autres organismes publics de recherche (Office national d'études et de recherches aérospatiales — ONERA —, Météorologie nationale, Institut national de recherche informatique et automatique — INRIA —, Centre national des études spatiales — CNES —, Institut français pour la recherche et l'exploitation de la mer — IFREMER —,...). Le Cray 1

vient d'être remplacé en novembre dernier par un Cray 2 (encadré 2). La présence de ce centre a ainsi permis de « cristalliser » la communauté française des chercheurs spécialisés dans l'expérimentation numérique ; en effet, ceux-ci venant de spécialités très diverses jusqu'alors s'ignoraient faute d'instrument commun et de lieu d'interaction.

Au mois de septembre 1986, le CIRCE (centre de calcul national du CNRS) s'est équipé d'un Fujitsu VP200, ordinateur vectoriel japonais équivalant au Cray XMP, et il est probable que le CNUSC (Centre national de calcul de l'Education nationale) en fasse prochainement de même. Cette évolution est essentielle si l'on veut maintenir le bon niveau de la recherche dans le domaine de l'expérimentation numérique en France. C'est d'ailleurs la politique suivie aux Etats-Unis, bien que plus récemment (à la suite du rapport Lax<sup>(1)</sup>) avec la création en 1985 de quatre centres nationaux de calcul vectoriel ouverts à tous les chercheurs et placés sous l'égide de la National Science Foundation (aux universités de Cornell, Princeton, Californie à San Diego et Illinois à Urbana-Champaign). Les centres de la NSF, tout comme le C<sub>2</sub>VR, attribuent un quota d'heures de calcul gratuites aux chercheurs qui en font la demande, après acceptation d'un dossier scientifique très circonstancié, selon une procédure comparable à celle appliquée aux autres grands équipements scientifiques (tels les télescopes, accélérateurs de particules, souffleries...). Le C<sub>2</sub>VR constitue en France le premier exemple de centre de calcul où l'ordinateur n'est plus considéré comme un service que le chercheur peut s'offrir à condition de réunir le financement nécessaire, mais comme un instrument scientifique à part entière, indispensable pour qui travaille dans le domaine de l'expérimentation numérique.

(1) P.D. Lax, *Large scale computing in science and engineering*, Rapport DOD-NSF, 1984.

(11) J.D. Foley et A. Van Dam, *Fundamentals of interactive computer graphics*, Addison-Wesley, 1982.



ment. L'avantage de ces moyens par rapport aux seules impressions sur « listing » est déjà énorme, car ils sont très bien adaptés au tracé de courbes à une dimension, c'est-à-dire pour lesquelles l'évolution de la fonction ne dépend que d'une variable. En revanche, pour représenter des champs de dimension deux, pour lesquels l'évolution de la fonction dépend de deux variables, les calculs nécessaires au tracé de lignes de niveaux par exemple (qui consiste à relier par une même courbe tous les points pour lesquels une fonction a la même valeur, telle une carte de relevés topographiques) deviennent souvent très longs. De plus, le tracé obtenu est difficilement lisible car, si l'on veut garder une information quantitative, il convient d'inscrire la valeur de la fonction sur chacune des lignes de niveau.

Mais aujourd'hui, les chercheurs disposent de nouveaux moyens, dits de visualisation « raster » ou « mosaïque », pour lesquels l'image est définie point par point. Ceux-ci ont tout d'abord été développés pour visualiser les observations envoyées par des satellites, réaliser des simulateurs de vol ou créer de nouvelles images, dites « de synthèse », de plus en plus demandées par les producteurs de télévision ou de cinéma. Ils utilisent des écrans cathodiques, du type de ceux utilisés pour la télévision commerciale, mais dont la définition est en général nettement plus importante, pouvant aller, en noir et blanc, jusqu'à 3 000 lignes de 4 000 « pixels » (ou points lumineux élémentaires). A titre de comparaison, un écran de télévision conventionnel ne comporte théoriquement que 625 par 768 « pixels ». De plus, ces systèmes sont de bien meilleure qualité notamment quant au rendu des couleurs, car l'ordinateur auquel ils sont connectés leur transmet directement les trois signaux correspondant aux trois couleurs primaires (rouge, vert et bleu). Au contraire, en télévision commerciale, ces trois informations sont regroupées puis transmises à l'aide d'un seul signal, dit « codé » (SECAM, PAL ou NTSC suivant les pays).

Avec de tels systèmes, la visualisation des résultats issus d'expérimentations numériques et stockés dans la mémoire de l'ordinateur revient le plus souvent à une opération fort simple de coloriage : à chaque valeur affichée en mémoire, on fait correspondre une couleur sur l'écran. Il convient toutefois au préalable de ramener toutes les valeurs du champ à une échelle standard qui est fonction du nombre de couleurs affichables en même temps (ce nombre est par exemple égal à 256 lorsque les valeurs en chaque point de l'écran sont codées sur huit bits, car  $2^8 = 256$ ). D'autre part, il faut ajuster les dimensions du maillage à la définition du système de visualisation. On appelle table de coloriage ou palette de couleurs la correspondance que l'on doit ainsi définir, pour chacun des champs, entre les valeurs stockées en mémoire et les signaux lumineux envoyés en chaque point de l'écran.

Les écrans « rasters » sont particulièrement bien adaptés à la visualisation de champs à deux dimensions, non seulement dans le domaine de l'expérimentation numérique ou de l'imagerie satellitaire (telles les vues de l'atmosphère terrestre ou de la comète de Halley), mais aussi dans les domaines de la radio-astronomie, de la physique des particules et de l'imagerie médicale (il s'agit alors en général de représenter des résultats de mesures). En fait, leur champ d'application est potentiellement beaucoup plus vaste et reste encore à définir dans bien des domaines.

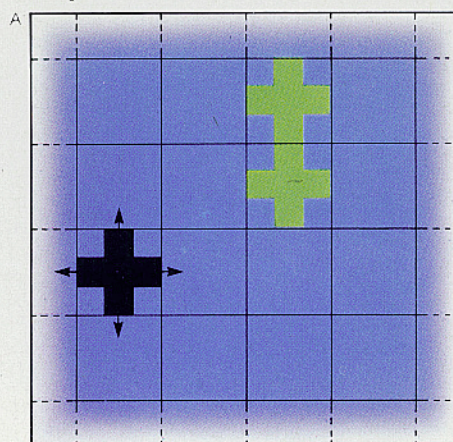
Les images obtenues, en visualisant les résultats d'expériences numériques grâce aux divers matériels graphiques dont nous venons de parler, vont permettre de présenter les résultats, non plus comme une suite de chiffres, mais de façon globale, sous forme de courbes ou de taches, colorées ou non, inscrites sur une feuille de papier ou sur un écran de télévision. Ainsi des éléments spatialement distants les uns des autres vont se trouver rapprochés et connectés entre eux par une chaîne faite d'autres éléments présentés de façon identique. Par exemple, à l'issue de l'expérience sur l'évolution d'une tache de polluant que nous venons d'évoquer, toutes les particules ayant la même vitesse seront matérialisées par des points de même couleur. Le système visuel pourra alors jouer pleinement son rôle : l'expérimentateur verra surgir des formes, des chapelets de particules possédant la même vitesse, et un ordre caché dans les équations apparaîtra sur l'image. De plus, lors d'expérimentations numériques menées en parallèle avec des expériences de laboratoire, le chercheur pourra comparer ces images

avec celles issues du même système étudié en laboratoire et mettre ainsi son modèle à l'épreuve des faits.

L'un des auteurs (J.-F. Colonna) a développé depuis 1974<sup>(12,13,14)</sup> un système spécialisé dans la visualisation et l'animation<sup>(15)</sup> de résultats numériques issus aussi bien de calculs que de mesures ainsi que dans la production de documents audiovisuels pédagogiques. Ce système devrait être prochainement étendu par la mise en place à l'Ecole polytechnique d'un réseau informatique local comportant de nombreuses stations de travail. Celles-ci permettront aux chercheurs de préparer leurs programmes, de procéder à des mises au point, de dialoguer avec les ordinateurs du site et enfin de visualiser et d'animer leurs résultats.

Cependant, ces images numériques sont plus que de simples intermédiaires entre le chercheur et son modèle : en stimulant les fonctions associative et mnémonique du cerveau, elles peuvent même devenir les vecteurs de découvertes. Ces formes qui naissent sous l'œil de l'observateur, et qui traduisent un ordre sous-jacent contenu de façon implicite dans les équations, révèlent parfois un phénomène inattendu (telle l'existence d'ondes solitaires) ou bien indiquent la direction à suivre pour attaquer un problème ouvert. Elles peuvent également être à l'origine d'une nouvelle voie de recherche : la visualisation d'ensembles fractals, par exemple, a enfin permis de voir leur complexité à toutes les échelles (fig. 2). Il s'agit alors d'une véritable exploration réalisée sur ces images et pouvant aboutir à des découvertes visuelles, faites à partir de formes, parfois nouvelles, voire même inimaginables.

**Figure 3.** Les « images numériques » sont plus qu'un simple intermédiaire entre le chercheur et les équations mathématiques représentant le phénomène étudié. Pour nous en convaincre, prenons un exemple : la diffusion. C'est un phénomène fréquemment rencontré en physique, chimie ou biologie et très bien illustré, dans notre vie quotidienne, par la dissolution spontanée d'un morceau de sucre dans du café. Il peut être représenté simplement (modélisé) par des déplacements au hasard de particules. Lorsqu'il n'a lieu que suivant deux dimensions, les particules, figurées ici par des croix, sont placées au centre des mailles d'un réseau carré plan (A), et leurs mouvements sont très faciles à simuler à l'aide d'un ordinateur. (Ce type de modélisation a été réalisé notamment par B. Sapoval, M. Rosso et J.F. Gouyet, au laboratoire de physique de la matière condensée de l'Ecole polytechnique.)



Pour démarrer l'expérience numérique, on suppose que toutes les cases sont vides à l'instant initial, à l'exception de la ligne supérieure du réseau (non représentée sur la photographie B), qui constitue la source d'émission des particules, et dont les trous sont toujours spontanément comblés. Mais revenons au schéma A : à chaque instant, une particule, choisie au hasard, saute aléatoirement de la case qu'elle occupe vers l'une des quatre cases voisines — indiquées par des flèches —, à condition que la case d'arrivée soit inoccupée. Lorsque deux particules (en couleur) se touchent, on dit qu'elles sont connectées. Au bout d'un temps très long, les particules se sont répandues à partir de la source (B). Le « front de diffusion » est représenté ici en jaune : c'est la frontière de l'ensemble des particules connectées à la source. Cet ensemble apparaît en vert foncé dans la partie supérieure de la photographie, les taches bleu clair représentant des cases vides. Au-delà du front de diffusion (en bas) se trouvent des ensembles de particules non connectées à la source (en marron) et des cases vides (en bleu foncé). La géométrie du front de diffusion est complexe. Au cours du temps, elle évolue lentement, mais parfois un événement « catastrophique » se produit ; son apparence et ses propriétés — sa longueur notamment — changent alors brutalement. Ainsi l'ensemble de particules en rouge vif situé à proximité du front peut, par exemple, se raccorder à celui-ci par un seul saut de la particule blanche. Ces images nous permettent de « voir » le phénomène de diffusion à l'échelle atomique, ce qu'aucun instrument optique ne nous a jamais montré.

(12) J.-F. Colonna, *De la visualisation de résultats de calcul à la création artistique*, 1<sup>re</sup> semaine internationale électronique, CESTA-SIGGRAPH, Biarritz, 1984.  
(13) J.-F. Colonna, Thèse d'état, INP Grenoble, 1985.  
(14) J.-F. Colonna, *From numbers to pictures*, Leonardo, Pergamon, 1986.



Fait aussi important, ces images nous permettent de voir et d'observer ce que jusqu'alors aucun instrument optique ne nous avait montré. On peut par exemple, observer un phénomène de diffusion à l'échelle microscopique (fig. 3), la formation d'un chromosome à partir de la double hélice d'ADN par repliements et enroulements multiples, ou encore les interactions et les déformations mutuelles de deux molécules.

Mais, malgré tous les avantages que nous venons de décrire, la visualisation d'une image obtenue à partir de résultats numériques possède ses limites. La plus importante est liée à la bidimensionnalité des supports utilisés : feuille de papier, surface photosensible, écran de télévision... Quels que soient les objets à représenter, si leur dimension est supérieure à deux, des techniques diverses doivent être mises en œuvre pour reconstituer les dimensions manquantes. On peut utiliser la perspective, l'élimination des parties cachées, l'ombrage, l'anaglyphe (c'est-à-dire le multiplexage en couleur des vues « œil droit » et « œil gauche » suivi du démultiplexage à l'aide de lunettes colorées), la stéréoscopie (c'est-à-dire la présentation séparée dans le temps ou dans l'espace des vues « œil droit » et « œil gauche ») ou bien encore simuler le mouvement de l'observateur par rapport à l'objet étudié. La production dynamique d'hologrammes pour la synthèse tridimensionnelle, qui n'est pas envisageable dans l'immédiat, reste une ouverture possible.

De même que la photographie d'un paysage n'est pas le paysage, il est évident que les transformations subies par les données lors de leur « mise en images » peuvent

conduire à une perte irréversible d'information, ainsi qu'à l'introduction d'illusions optiques ou d'artefacts liés en particulier à l'aspect mosaïque des images obtenues sur écran « raster ». L'image doit donc, comme n'importe quel résultat, être regardée avec un œil critique et circospect et toute constatation surprenante doit être analysée de manière complète et satisfaisante. En fait, l'utilisation de systèmes à écran « raster » pour la visualisation de résultats d'expériences numériques est encore très récente. Par conséquent, la méthodologie à suivre pour la production et l'analyse des images numériques n'est pas encore clairement définie, plus particulièrement en ce qui concerne le choix des modes de représentation et celui des palettes de couleurs.

#### Comment choisir la meilleure représentation ?

Les cartographes sont depuis longtemps confrontés au problème du choix des modes de représentation. D'une part, toutes les informations souhaitables ne peuvent apparaître sur une même carte sans la surcharger et la rendre confuse. D'autre part, comment représenter de manière pertinente les informations que l'on considère significatives ? Par exemple, comment représenter le relief d'une région ? Par une représentation cartographique, c'est-à-dire à plat, en utilisant des courbes de niveau identifiées par un certain code de couleur (fig. 4A, B, C) ? Ou bien en perspective, ce qui donne l'illusion du relief grâce à la combinaison d'un angle de vue, de l'élimination des parties cachées et du calcul des ombres portées (fig. 1) ?

En fait, il n'existe pas, même dans les cas simples, de solution universelle : la réponse est fonction de ce que l'on cherche à analyser dans l'ensemble des informations dont on dispose.

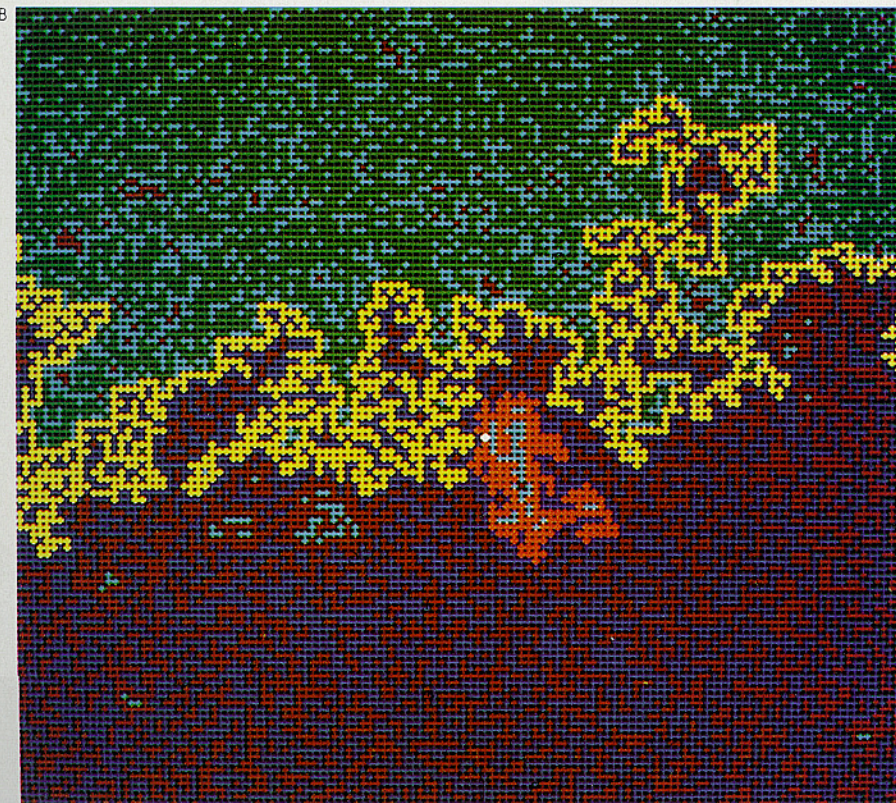
Dans bien des cas, il faut en pratique utiliser plusieurs modes de représentation différents pour cerner la complexité d'un champ. En effet, l'outil graphique opère nécessairement un filtrage ou une transformation de l'information contenue dans le champ calculé, ne donnant qu'un certain « point de vue ». Un mode de représentation donné ne mettra en évidence que quelques propriétés particulières du champ étudié. Nous pensons qu'il est important de caractériser les fonctionnalités propres à chaque mode de représentation<sup>(16)</sup>, ses possibilités et ses limites, afin d'utiliser ceux-ci comme une panoplie d'outils d'analyse morphologique ayant chacun une fonction particulière à jouer vis-à-vis du champ que l'on cherche à analyser. La sélection du meilleur mode de représentation, en fonction de ce que l'on souhaite voir et des moyens de visualisation dont on dispose, n'est pas une tâche triviale (les figures 1 et 4A à 4D représentent un seul et même champ visualisé en utilisant différents modes de représentation) : elle réclame une parfaite connaissance non seulement des phénomènes modélisés, mais aussi de la physiologie et de la psychologie de la vision.

Aujourd'hui, des possibilités d'animation commencent à apparaître grâce aux moyens vidéo<sup>(14,16)</sup>. L'introduction du mouvement est souvent essentielle. D'une part, pour les modèles dynamiques, plutôt que de considérer des instants figés, le support de visualisation doit rendre au temps son apparente continuité. D'autre part, le fait de se déplacer par rapport à un objet statique de dimension supérieure à deux permet bien souvent à l'observateur d'en explorer les moindres recoins dans toute leur complexité.

En ce qui concerne le problème du choix des palettes de couleurs, l'un de nous (M. Farge) a proposé en 1985 une normalisation des palettes pour la visualisation de champs scalaires bidimensionnels (encadré 4). Un des avantages de cette normalisation est qu'elle permet une approche systématique, car elle ne fait aucun appel à la perception individuelle et au goût personnel en matière de couleurs. Le choix des palettes de couleur peut alors être programmé de façon purement algorithmique, sans que le programmeur ait à décider lui-même du choix des couleurs.

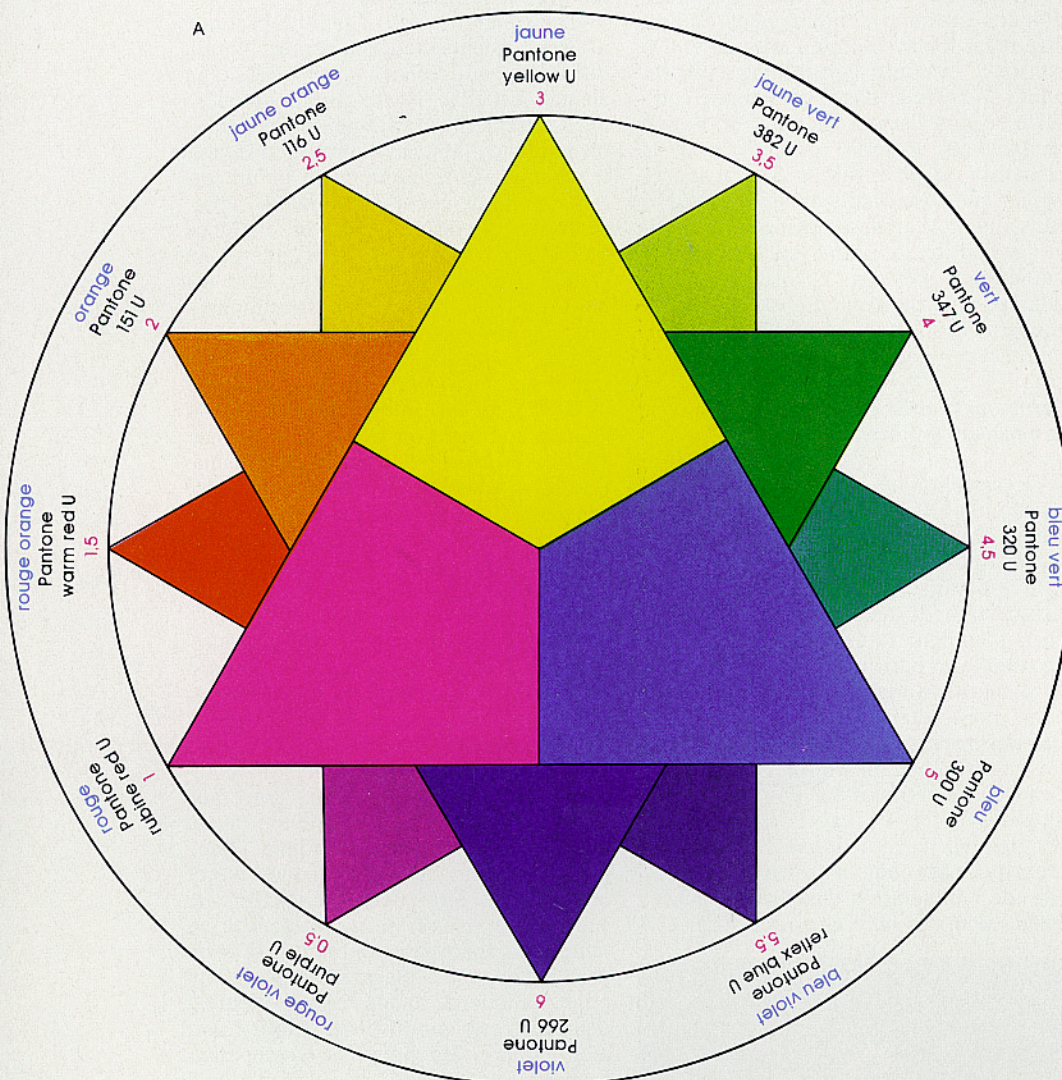
L'adoption d'une normalisation, au moins à l'intérieur d'une même discipline, facilite l'interprétation, la comparaison et la diffusion des résultats issus d'expériences numériques. A titre de comparaison, il est clair que, si tout un chacun lit aujourd'hui facilement une carte routière, c'est uniquement par accoutumance à un certain codage. Imaginez la difficulté qu'il y aurait à changer de règles de représentation à chaque fois que l'on ouvre une nouvelle carte. Imaginez le non-sens qui

(15) Les lecteurs intéressés peuvent se procurer une vidéo-cassette de démonstration en contactant J.F. Colonna à l'Ecole polytechnique. (16) C. Basdevant et M. Farge, *Visualisation et animation en calcul scientifique*, 2<sup>e</sup> semaine internationale de l'image électronique, CESTA-SIGGRAPH, Nice, 1986.





#### 4 POUR UNE NORMALISATION DES COULEURS



En ce qui concerne le problème du choix des palettes de couleur, il est essentiel d'avoir une démarche aussi objective et systématique que possible, pour éviter d'improviser en fonction des goûts de chacun. C'est la raison qui m'a conduite à proposer<sup>(1)</sup> une normalisation des palettes pour la visualisation de champs scalaires bidimensionnels, appliquée ici, à titre d'exemple, aux champs turbulents que j'étudie par expérimentation numérique<sup>(1,2)</sup>. Il m'a fallu pour cela définir au préalable une organisation de l'espace des couleurs accompagnée de règles de choix. Etant donné le but pratique poursuivi, il apparaît que le problème de classification des couleurs relève plus de la psychologie de la vision que de celui de l'analyse physique des composantes du spectre visible, car c'est l'effet des couleurs qui importe ici et non leur réalité physique. C'est la raison pour laquelle je me suis fondée sur les travaux de colorimétrie destinés aux peintres, aux graphistes ainsi qu'aux industries de l'imprimerie et des textiles, qui reposent sur la perception des couleurs et non sur les mesures des instruments d'optique. Pour définir des règles de choix des couleurs, je me suis en particulier fondée sur les principes d'harmonie des couleurs établis par Johannes Itten<sup>(3)</sup>, pro-

fesseur au Bauhaus de Weimar au début des années 1930.

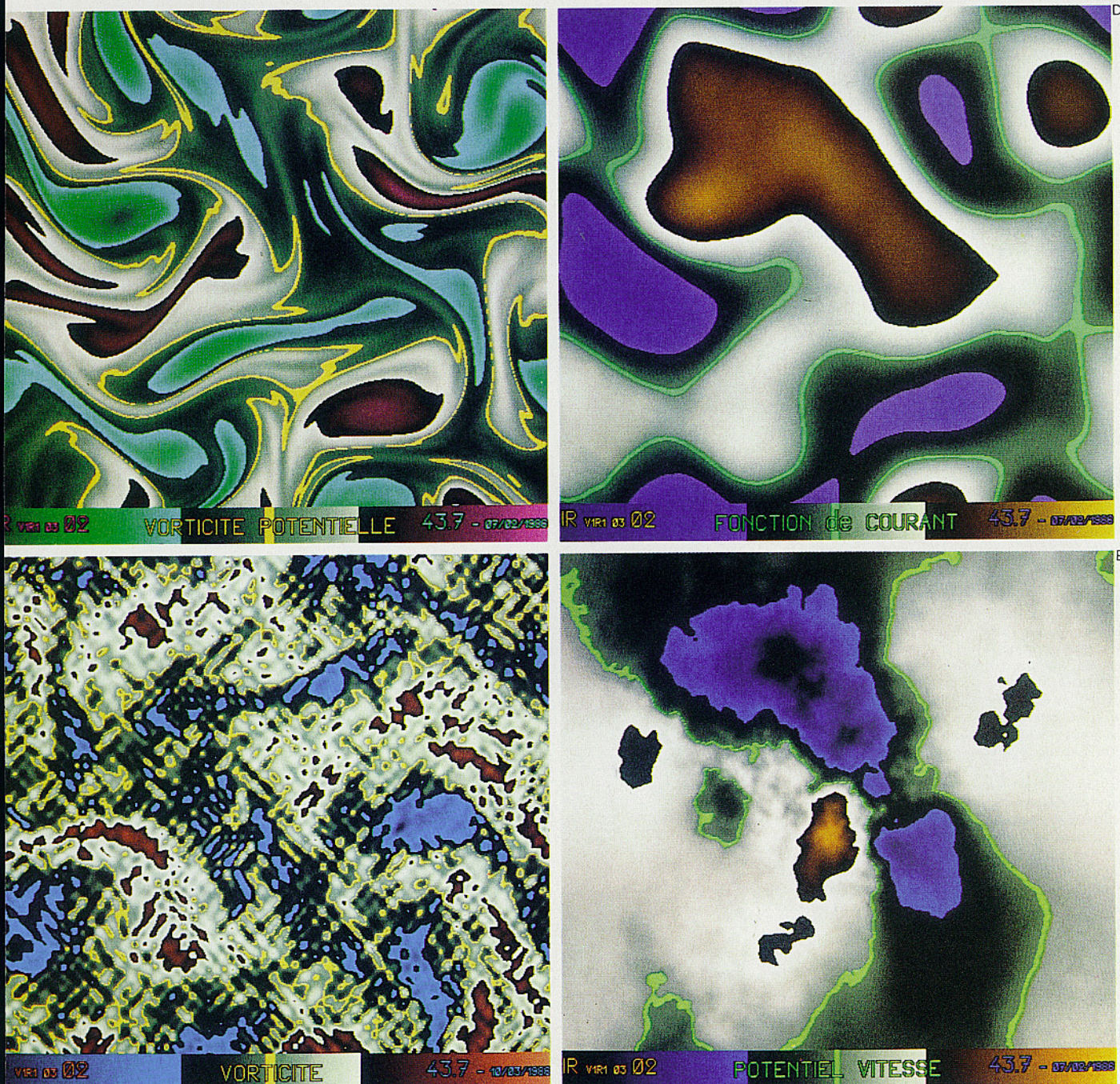
Pour définir une normalisation adaptée au traitement informatique des couleurs, j'ai choisi une approche résolument pragmatique, devant conduire à une simplification aussi grande que possible du choix des couleurs, dans le but de pouvoir programmer celui-ci. Cette démarche m'a amenée à adopter la synthèse soustractive des couleurs, fondée sur l'addition de pigments colorés rouge, jaune et bleu pour synthétiser n'importe quelle autre couleur (leur somme en quantités égales donnant du noir, et leur absence laissant la feuille blanche), au lieu de la synthèse additive des couleurs, fondée sur la composition de faisceaux colorés rouge, vert et bleu (leur superposition en quantité égale donnant cette fois-ci du blanc, et leur absence laissant l'écran noir). La synthèse additive est utilisée pour générer les couleurs sur un écran cathodique, mais elle reste peu parlante du point de vue intuitif (par exemple, pour obtenir la couleur jaune il faut additionner du rouge et du vert). Etant donné que chacun d'entre nous a appris à manipuler les couleurs avec des peintures et des encres, c'est-à-dire suivant les principes de la synthèse soustractive, celle-ci nous est donc

beaucoup plus familière et c'est la raison pour laquelle je l'ai retenue. Mais, plutôt que de représenter l'espace des couleurs selon un cube de composantes rouge, jaune et bleu, j'ai préféré adopter une représentation en termes de luminance, chrominance et saturation, plus parlante du point de vue perceptif. En effet, la luminance est la quantité de lumière reçue par l'œil, la chrominance correspond à la longueur d'onde la plus excitée dans le spectre de la couleur considérée et la saturation à la largeur de la bande spectrale excitée (en pratique, la saturation est inversement proportionnelle à la quantité de blanc ou de noir contenue dans cette couleur). James Clerk Maxwell, dans ses travaux sur la théorie des couleurs, a établi, à partir de tests réalisés en collaboration avec sa femme et à l'aide d'instruments qu'il construisit lui-même, les formules physiologiques donnant la correspondance qui existe entre la représentation en termes de trois couleurs primaires et celle en termes de luminance, chrominance et saturation. J'ai ensuite échantillonné le spectre visible en ne retenant que douze chrominances élémentaires, suffisamment distinctes les unes des autres pour pouvoir les mémoriser et les différencier facilement. Celles-ci sont disposées sur un cercle de telle sorte que deux couleurs diamétralement opposées soient complémentaires (A). Il est ensuite aisé de positionner une chrominance quelconque entre deux chrominances élémentaires, ce qui permet, en pratique, de traiter n'importe quelle chrominance du spectre visible.

Pour rendre ce système aussi objectif que possible, c'est-à-dire pour être sûr que ce que nous appellerons « rouge », par exemple, correspondra toujours exactement à la même chrominance, je me réfère au nuancier Pantone (marque déposée de Pantone Inc., New Jersey), catalogue de 593 couleurs universellement utilisé dans l'imprimerie et les arts graphiques, ce qui garantit en quelque sorte l'objectivité des chrominances élémentaires utilisées. Pour faciliter la communication et le traitement informatique des couleurs, j'ai ensuite affecté à chacune des douze chrominances élémentaires un nom, choisi le plus simple possible, et un numéro, allant de 0,5 à 6 par pas de 0,5 (A), ce qui permet de formuler le choix des couleurs sous forme d'expressions algébriques aisément programmables.

Toujours en suivant les principes exposés par Itten, j'ai également défini des règles de choix des palettes, telles que les chrominances considérées comme harmonieuses entre elles doivent former une figure inscrite dans le cercle des douze chrominances élémentaires et dont le barycentre doit coïncider avec le centre de ce cercle, ce qui revient à dire qu'une association de chrominances harmonieuses doit être telle que si on les mélangeait entre elles on obtiendrait du gris. De plus, j'ai décidé de n'employer que des couleurs saturées, car ce sont les plus vives et par conséquent les mieux contrastées entre elles, ceci afin de pouvoir les distinguer sans ambiguïté. Enfin, j'utilise une variation en « dents de scie » c'est-à-dire continue mais avec deux variations brusques, (B, C, D, E) de la luminance pour à la fois suivre le mieux possible les variations du champ, même lorsque celles-ci sont faibles, mais également afin de séparer clairement les structures négatives (identifiables par leur centre plus clair) des structures positives (identifiables par leur centre plus foncé). Ainsi toute l'information morphologique contenue dans un champ est-elle codée en luminance, et les variations de chrominance sont réservées pour distinguer rapidement différents champs entre eux (B, C, D, E). Cette convention que j'ai adoptée pour le choix des palettes de couleurs m'évite également de perdre de l'information si je dois publier mes résultats en noir et blanc,





car aujourd'hui encore les revues scientifiques n'acceptent que très rarement des photographies en couleur.

Nous allons illustrer ceci à partir d'un exemple. Si on veut visualiser quatre champs bidimensionnels différents (il s'agit ici, à titre d'exemple, d'un écoulement bidimensionnel turbulent<sup>(2)</sup>, présentant des valeurs négatives, nulles et positives) on cherche à déterminer quatre palettes aussi différentes les unes des autres que possible, de trois chrominances chacune : une chrominance froide pour les valeurs extrêmes négatives, une chrominance chaude pour les valeurs extrêmes positives et une troisième pour le niveau zéro présentées sur un fond gris permettant ainsi de séparer les trois chrominances retenues, afin d'éviter les illusions chromatiques qui se produisent quand une couleur se

détache sur un fond coloré (phénomène dit de « contraste simultané »<sup>(3)</sup>). Le programme sélectionne alors quatre triangles équilatéraux inscrits dans le cercle des douze chrominances élémentaires, de telle sorte que les sommets de chaque triangle correspondent à des chrominances les plus distinctes possibles les unes des autres, ce qui réduit au maximum les risques de confusion entre les palettes de couleurs utilisées pour caractériser chacun de ces quatre champs.

Les quatre photographies ci-dessous représentent quatre champs différents, coloriés à l'aide des palettes définies par quatre triangles équilatéraux différents, inscrits dans le cercle des chrominances élémentaires. Ces champs caractérisent les mouvements turbulents ayant lieu au même instant dans une mince couche fluide soumise à une rotation<sup>(2)</sup>. Sont visualisés :

le champ de vorticité (C), le champ de fonction de courant (D), le champ de vorticité potentielle (B) et le champ de potentiel vitesse (E).

Marie Farge

(1) M. Farge, *A proposal for the normalization of high resolution raster display applied to turbulent fields*, IUTAM European turbulence conference, Proceedings in Physics, Springer Verlag, 1986.

(2) M. Farge et R. Sadourny, « Effets des ondes d'inertie-gravité sur une turbulence bi-dimensionnelle non forcée en rotation », *C.R. Acad. Sci. Paris*, 303, n° 10, 1986.

(3) J. Itten, *L'art de la couleur*, Dessain et Tolra, 1984.



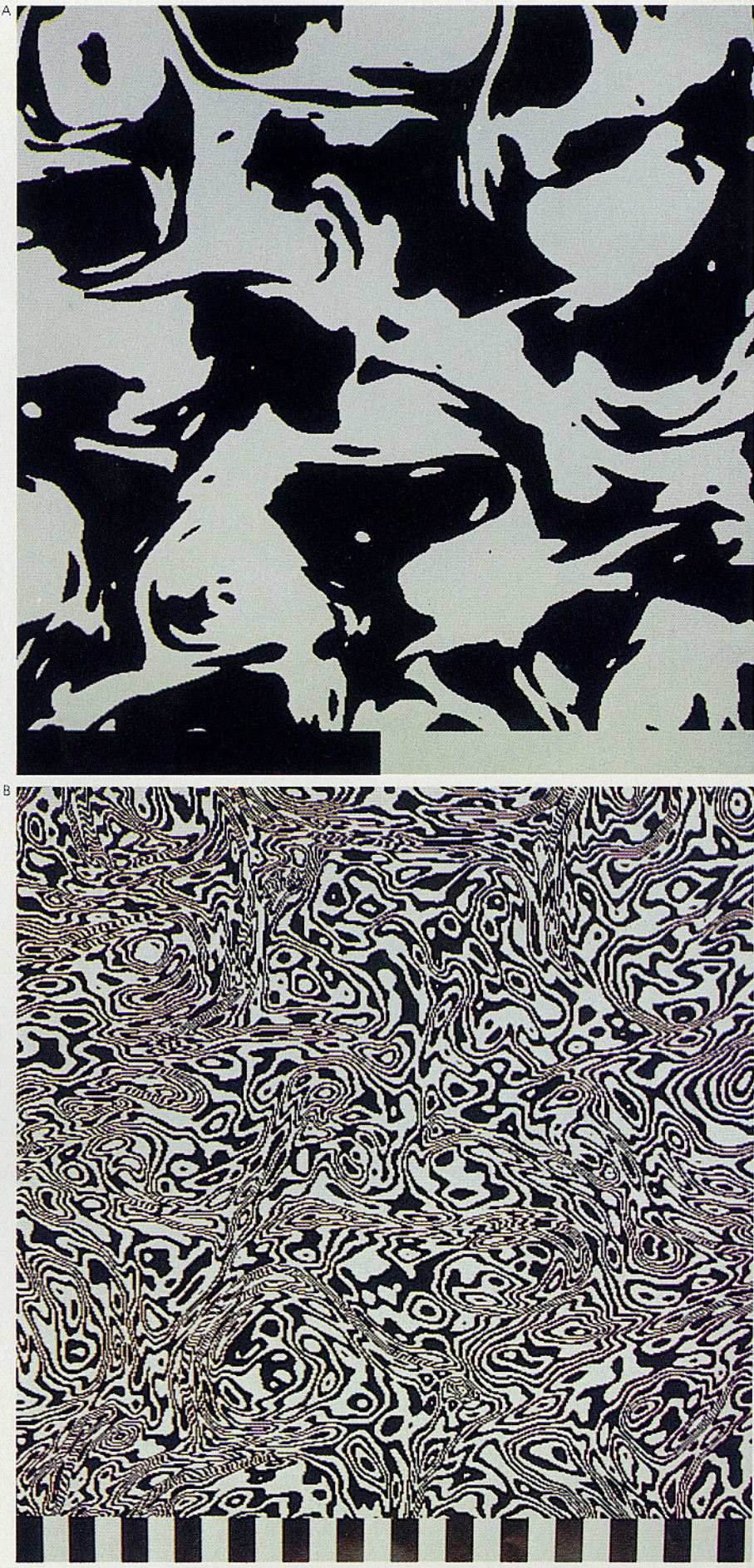
consisterait à proposer des cartes où l'on ne préciserait même pas le codage employé ! Il est donc indispensable de préciser, sur chaque image, le code définissant la palette de couleur correspondante. Remarquons enfin que les expériences de laboratoire tendent également à recourir de plus en plus à la numérisation et au traitement d'images. A l'avenir, cela devrait conduire à des comparaisons entre

Figure 4. Comment visualiser les résultats d'une expérience numérique ? Dans les cas simples on peut, par exemple, établir une correspondance entre les valeurs numériques obtenues et les couleurs affichables sur un écran. Les moyens de visualisation actuels permettent de stocker les résultats du calcul, sous la forme d'un tableau de valeurs numériques, dans une mémoire dite d'image. Auparavant ces résultats devront toutefois être rendus compatibles avec le nombre de couleurs disponibles et avec la définition du système de visualisation. Par exemple, si on dispose de  $512 \times 512$  points et de 256 couleurs affichables à la fois, ils devront être transformés en  $512 \times 512$  nombres entiers compris entre 0 et 255. A un point de l'écran est ainsi associé un élément du tableau stocké dans la mémoire d'image et donc une valeur numérique. Grâce à un dispositif, appelé registre de coloriage (ou « look-up table »), toutes les cases du tableau contenant la même valeur numérique apparaîtront à l'écran avec la même couleur. Cette correspondance entre valeurs numériques et couleurs est en général aisément modifiable ; c'est pourquoi un même ensemble de résultats peut apparaître de manières très différentes, suivant le jeu (ou palette) de couleurs choisi.

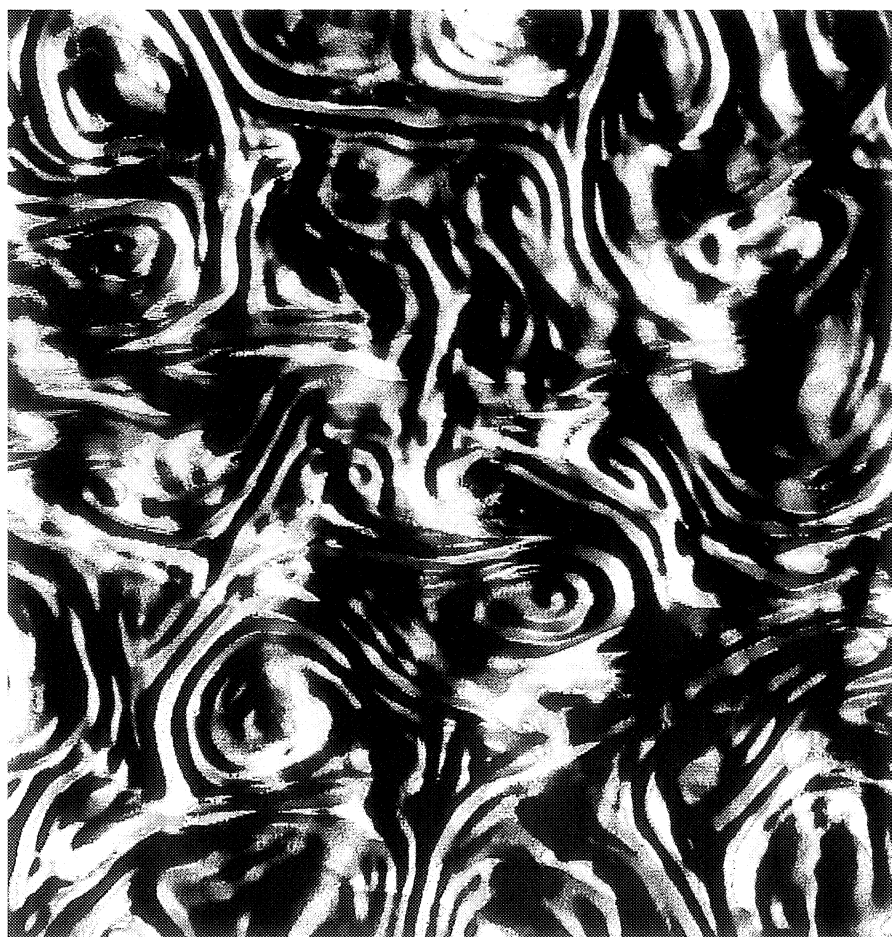
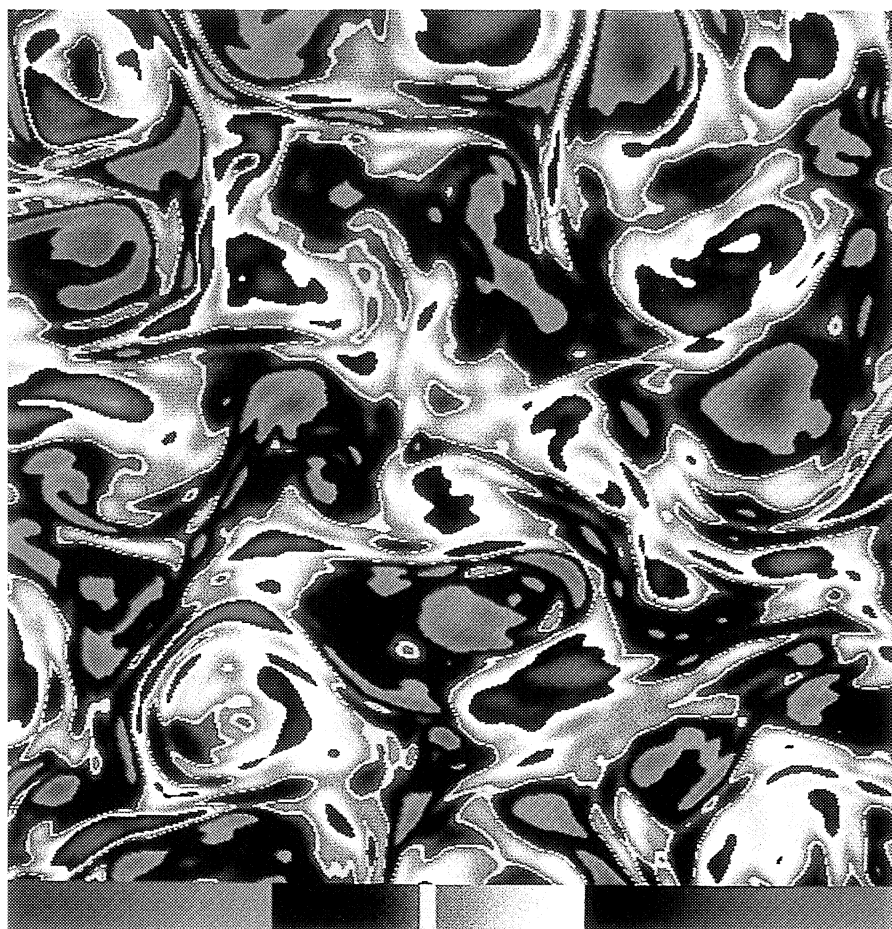
Les photographies A, B et C représentent toutes le même champ bidimensionnel : l'intensité du tourbillon (rotationnel de la vitesse ou vorticité) au sein d'un écoulement turbulent (positive ou négative suivant le sens de rotation). Elles ont été obtenues en utilisant diverses palettes, figurant au bas de chaque photographie sous la forme de 256 barres verticales (correspondant aux 256 couleurs affichables sur l'écran). La palette choisie pour la représentation A associe le noir à toutes les valeurs négatives ou nulles (numérotées de 0 à 127) et le blanc à toutes les valeurs positives (numérotées de 128 à 255). Elle permet donc de mettre en évidence le sens de rotation des tourbillons. En B, la palette associe le noir aux valeurs comprises entre 0 et 7, 16 et 23, etc., et le blanc aux valeurs comprises entre 8 et 15, 24 et 31 et ainsi de suite ; elle fait donc ressortir les variations spatiales du tourbillon ou gradients. La palette utilisée en C, comportant des dégradés de trois couleurs (plus le jaune pour les valeurs nulles), permet de combiner les deux possibilités précédentes, c'est-à-dire de voir à la fois le sens des tourbillons et leurs gradients.

Cependant même dans le cas simple que nous venons de décrire, il est possible d'imaginer d'autres modes de représentation visuelle. Par exemple, on peut donner du relief au plan constitué par les deux dimensions du champ de tourbillon, en associant à chaque point non plus une couleur, mais une altitude proportionnelle à la valeur du tourbillon. Ainsi la photographie D représente une vue de dessus du même champ que précédemment. Mais on peut également choisir une vue en perspective, comme celle de la figure 1, où les tourbillons négatifs apparaissent comme des creux et les positifs comme des pics. Ce type de représentation « en trois dimensions » permet une analyse plus structurelle du champ. Elle permet par exemple d'appréhender beaucoup plus facilement la régularité (disons de façon imagée la rugosité) du champ.

En fait, il n'existe pas de solution universelle : le mode de représentation choisi dépend de ce que l'on cherche à analyser dans un champ donné, donc des questions que l'on se pose quant aux lois physiques en cause.







C expériences numériques et expériences de laboratoire d'autant plus immédiates et convaincantes que la technique de visualisation et la normalisation utilisées seront les mêmes.

Face au développement de moyens graphiques de plus en plus sophistiqués, une réflexion préalable nous semble essentielle, sinon le risque est grand de se laisser entraîner par un outil que l'on ne domine pas et abuser par un esthétisme séduisant, mais dénué de contenu informatif si le choix des modes de représentation et des palettes de couleur a été laissé au hasard d'impressions subjectives et changeantes.

Grâce à l'ordinateur, différents domaines scientifiques parmi les plus inaccessibles et les plus abstraits, en particulier certaines branches des mathématiques et de la physique théorique, acquièrent aujourd'hui un caractère plus expérimental. Le télescope nous a ouvert l'étude du cosmos, le microscope nous a montré la diversité du monde vivant et de ses organisations microscopiques, l'ordinateur nous révèle la complexité et l'infinie richesse morphologique de nos équations et processus abstraits. Il y a un siècle déjà, Heinrich Hertz faisait remarquer que : l'« *On ne peut échapper au sentiment que ces formules mathématiques ont une existence qui leur est propre, qu'elles sont plus savantes que ceux qui les ont découvertes, que nous pouvons en extraire plus de science qu'il n'en a été mis à l'origine* ».

## D Pour en savoir plus

*La Recherche* a publié de nombreux articles sur les applications de l'expérimentation numérique dans des domaines scientifiques et techniques très divers.

— « La chromodynamique quantique », F. Martin, n° 123, juin 1981.

— « La matière à deux dimensions », J.G. Dash, n° 129, janvier 1982.

— « La prévision météorologique à moyen terme », J.F. Geleyn, M. Jarraud et J.P. Labarthe, n° 131, mars 1982.

— « La turbulence développée », M. Lesieur, n° 139, décembre 1982.

— « Le vol à voile », B. Chabbert, n° 146, juillet-août 1983.

— « L'unification des forces fondamentales », N. Cabbibo, n° 148, octobre 1983.

— « Les galaxies spirales », F. Combes, n° 153, mars 1984.

— « Les agrégats », R. Jullien, R. Botet et M. Kolb, n° 171, novembre 1985.

— « La prévision des éruptions volcaniques » (Dossier) — « Des éruptions volcaniques par ordinateur », A. Paul, J.-P. Gratier et J. Boudon, n° 174, février 1986.

— « Les supercalculateurs bientôt démodés ? », D. Tarnowski, n° 174, février 1986.

— « La formation de l'Univers », T.X. Thuan, n° 174, février 1986.

— « Les astéroïdes », Ch. et C. Froeschlé, n° 183, décembre 1986.

— « La formation de la Lune », A.P. Boss et W. Benz, n° 184, janvier 1987.

— « L'ordre chaotique », M. Dubois, P. Atten et P. Bergé, n° 185, février 1987, etc.

— Pour une bibliographie plus complète, voir page 430.





C expériences numériques et expériences de laboratoire d'autant plus immédiates et convaincantes que la technique de visualisation et la normalisation utilisées seront les mêmes.

Face au développement de moyens graphiques de plus en plus sophistiqués, une réflexion préalable nous semble essentielle, sinon le risque est grand de se laisser entraîner par un outil que l'on ne domine pas et abuser par un esthétisme séduisant, mais dénué de contenu informatif si le choix des modes de représentation et des palettes de couleur a été laissé au hasard d'impressions subjectives et changeantes.

Grâce à l'ordinateur, différents domaines scientifiques parmi les plus inaccessibles et les plus abstraits, en particulier certaines branches des mathématiques et de la physique théorique, acquièrent aujourd'hui un caractère plus expérimental. Le télescope nous a ouvert l'étude du cosmos, le microscope nous a montré la diversité du monde vivant et de ses organisations microscopiques, l'ordinateur nous révèle la complexité et l'infinie richesse morphologique de nos équations et processus abstraits. Il y a un siècle déjà, Heinrich Hertz faisait remarquer que : *l'« On ne peut échapper au sentiment que ces formules mathématiques ont une existence qui leur est propre, qu'elles sont plus savantes que ceux qui les ont découvertes, que nous pouvons en extraire plus de science qu'il n'en a été mis à l'origine ».* ■

## Pour en savoir plus

*La Recherche* a publié de nombreux articles sur les applications de l'expérimentation numérique dans des domaines scientifiques et techniques très divers.

— « La chromodynamique quantique », F. Martin, n° 123, juin 1981.

— « La matière à deux dimensions », J.G. Dash, n° 129, janvier 1982.

— « La prévision météorologique à moyen terme », J.F. Geleyn, M. Jarraud et J.P. Labarthe, n° 131, mars 1982.

— « La turbulence développée », M. Lesieur, n° 139, décembre 1982.

— « Le vol à voile », B. Chabbert, n° 146, juillet-août 1983.

— « L'unification des forces fondamentales », N. Cabibbo, n° 148, octobre 1983.

— « Les galaxies spirales », F. Combes, n° 153, mars 1984.

— « Les agrégats », R. Jullien, R. Botet et M. Kolb, n° 171, novembre 1985.

— « La prévision des éruptions volcaniques » (Dossier) — « Des éruptions volcaniques par ordinateur », A. Paul, J.-P. Gratier et J. Boudon, n° 174, février 1986.

— « Les supercalculateurs bientôt démodés ? », D. Tarnowski, n° 174, février 1986.

— « La formation de l'Univers », T.X. Thuan, n° 174, février 1986.

— « Les astéroïdes », Ch. et C. Froeschlé, n° 183, décembre 1986.

— « La formation de la Lune », A.P. Boss et W. Benz, n° 184, janvier 1987.

— « L'ordre chaotique », M. Dubois, P. Atten et P. Bergé, n° 185, février 1987.

etc.  
— Pour une bibliographie plus complète, voir page 430.